

MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DES ROULEMENTS DE BROCHES UGV

David NOËL, École Centrale de Nantes

RAPPORT DE STAGE DE MASTER II



Encadré par :

Mathieu RITOU, IRCCyN

Jury :

Benoît FURET, IRCCyN.

Stéphane CARO, IRCCyN.

Sébastien LE LOCH, GeM.

Table des matières

Table des matières	1
Table des figures	4
1 Introduction	5
2 Modélisation du roulement	7
1 Mise en équation	7
1.1 Glossaire	7
1.2 Relations géométriques	9
1.3 Effets dus à la vitesse de rotation	10
1.4 Équilibre local	11
1.5 Équilibre global	13
2 Résolution	14
2.1 Logiciel et algorithme	14
2.2 Résolution itérative	14
2.3 Vers une résolution globale	15
2.4 Pourquoi normer les équations ?	15
2.5 Calcul des raideurs	16
3 Résultats et validation des simulations	17
3.1 Modèle à un degré de liberté	17
3.2 Modèle à deux degrés de liberté	19
3.3 Modèle à trois degrés de liberté	21
3.4 Conclusion	22
3 Analyse de Sensibilités	23
1 Effet de la vitesse de rotation	23
2 Précharge	25
3 Rayons de courbure des pistes	25
3.1 Problématique	25
3.2 Vers des valeurs représentatives	26
3.3 Sensibilités	29
4 Angle de contact α	29
4.1 Problématique	29
4.2 Résultats	30

5	Diamètre orbital d_m	30
6	Hypothèse de bague extérieure indéformable	31
7	Serrage et dilatations thermiques	33
7.1	Serrage	33
7.2	Température	33
7.3	Synthèse	34
7.4	Intégration dans les simulations	35
7.5	Évolution des raideurs	37
8	Synthèse des résultats	40
4	Vers une identification expérimentale	43
1	Recherche des relations des fréquences	43
1.1	Les relations de vitesses	44
1.2	FTF, Fréquence de rotation de la cage	44
1.3	BPFO, Fréquence de passage des billes sur la BE	45
1.4	BPFI, Fréquence de passage des billes sur la BI	45
1.5	BSF, Fréquence de rotation de la bille sur son axe propre	45
1.6	Lien avec les angles de contact	46
1.7	Conclusion	47
2	Résultats théoriques	48
3	Comparaison	49
5	Conclusions et perspectives	51
6	Annexes	53
1	Précisions sur l'effet gyroscopique	53
2	Choix des paramètres	55
2.1	Caractéristiques du roulement VEX70	55
2.2	Précharge	55
2.3	Ajustements	56
	Bibliographie	57

Table des figures

2.1	Déflexions et déversement.	7
2.2	Définition de la position angulaire ψ_j de la bille j	8
2.3	Coupe B-B du roulement par le plan de position angulaire ψ_j	8
2.4	Position de la bille j et des centres de courbure des bagues.	9
2.5	Moment gyroscopique sur la bille.	11
2.6	Isolement de la bille j	11
2.7	Principe de résolution selon HARRIS.	14
2.8	Variations de α_i et α_e en fonction de N pour différentes charges axiales F_a	17
2.9	Variations de α_i et α_e en fonction de F_a pour différentes valeurs de N . . .	18
2.10	Évolution de la déflexion axiale δ_a en fonction de la vitesse de rotation N . . .	18
2.11	Comparaison simulation/SECBA pour les pressions maximales de contact.	19
2.12	Variation des angles de contact pour un roulement chargé radialement.	20
2.13	Répartition des charges Q_i et Q_e	20
2.14	Répartition de $p_{max,i}$ pour la résolution à 3ddls.	21
2.15	Comparaison des modèles avec et sans glissement.	22
3.1	Influence des effets dynamiques sur les raideurs du roulement.	24
3.2	Influence de la précharge P_r sur les raideurs.	25
3.3	Raideur radiale K_{rr} en fonction des rayons de courbures.	26
3.4	Dispositif de mesurage des pistes.	27
3.5	Interpolation par un cylindre des points mesurés sur le chemin de roulement.	27
3.6	Influence de r_i et r_e sur les pressions de contact.	28
3.7	Influence des rayons de courbures sur la raideur radiale K_{rr}	29
3.8	Evolution des raideurs K_{aa} et K_{rr} en fonction de l'angle de contact initial α	30
3.9	Variation des raideurs K_{aa} et K_{rr} en fonction de la variation du diamètre orbital d_m	31
3.10	Conditions limites pour la BE.	31
3.11	Déplacement radial de la BE sous charge (μm)	32
3.12	Déplacement radial des lignes discrétisées.	32
3.13	Discrétisation de lignes suivant l'axe du roulement.	32
3.14	Déformation de la BI due au serrage (μm).	33
3.15	Déformation radiale de la BI due à la température (μm).	34

3.16	Déformation radiale due au serrage et à la température (μm).	34
3.17	Prise en compte des déformations des bague : calcul de α et d_m	35
3.18	$\alpha = f(T_i, T_e)$ sans prise en compte du serrage de la BI.	36
3.19	$\alpha = f(T_i, T_e)$ avec prise en compte du serrage de la BI.	36
3.20	$d_m = f(T_i, T_e)$	37
3.21	Evolution de K_{aa} et K_{rr} en fonction de T_i et T_e	38
3.22	Evolution de K_{aa} et K_{rr} en fonction du serrage de la bague intérieure. . .	39
3.23	Diagrammes de CAMPBELL : $(K_{aa}, K_{rr}) = f(N, T_i)$	40
4.1	Modèle de train épicycloïdal utilisé.	44
4.2	Évolution des fréquences caractéristiques des roulements en fonction de N . 48	
4.3	Évolution des fréquences caractéristiques des roulements en fonction de T_i . 49	
6.1	Choix de la précharge avant.	56
6.2	Choix de la précharge arrière.	56

Introduction

La prédiction du comportement dynamique des broches vise une optimisation aussi bien des choix de conception que des paramètres de coupe. Des paramètres judicieusement choisis permettent une productivité accrue et un respect de la qualité de fabrication tout en évitant une dégradation du moyen d'usinage.

Pour la majeure partie des électro-broches UGV, le guidage en rotation du rotor est réalisé par des roulements à billes. Cette solution constructive est relativement économique. C'est la plus simple à implanter dans une broche. Les roulements utilisés sont dits de haute précision. Leurs caractéristiques intrinsèques permettent d'atteindre des vitesses de rotation très élevées (jusqu'à $30\,000\text{ tr/min}$ à ce jour pour des broches de forte puissance).

Pour aboutir à une prédiction du comportement dynamique, une approche par modélisation est envisagée. Cette approche évitera des expérimentations multiples et coûteuses qui étaient, jusqu'à aujourd'hui, la seule solution fiable et applicable en industrie. Elle permettra par ailleurs d'envisager un plus grand nombre de solutions, car il est plus aisé de tester numériquement une multitude de paramètres une fois le modèle élaboré.

L'étape préliminaire à la modélisation de la broche complète consiste à établir un modèle fidèle de l'élément roulement. Dans ce contexte, la présente étude se focalise sur l'élaboration d'un modèle de comportement dynamique du roulement à billes hybride à contact oblique.

Le premier chapitre est destiné à mettre en place le modèle de comportement dynamique d'un roulement. Une fois les notations définies, un modèle local puis global sera établi. Le programme mis en place permettra l'obtention des premiers résultats et la validation du modèle.

Grâce à une analyse de sensibilité, l'influence des différents paramètres du modèle sur les raideurs du roulement sera quantifiée. Cette analyse permettra une discussion de certaines hypothèses de la modélisation. Celle-ci sera enrichie en conséquence.

Le dernier chapitre est une transition vers les futurs travaux. Le modèle de comportement du roulement sera exploité dans une optique d'identification expérimentale du comportement dynamique de la broche. Le lien entre les fréquences caractéristiques des roulements et le comportement du roulement sera envisagé.

Modélisation du roulement

La modélisation des roulements est le point de départ des travaux. Le comportement mécanique sera mis en équation dans un premier temps. La seconde partie permettra de discuter de la méthode de résolution numérique du problème. Enfin, les premiers résultats seront exposés et critiqués pour les modèles à 1, 2 et 3 degrés de libertés (ddl).

1 Mise en équation

La mise en équation qui suit découle de la modélisation locale et globale du roulement. Cette mise en équation est en partie inspirée des travaux de Harris [Harris, 2007] et, CAO et ALTINTAS [Cao et Altintas, 2004]. Le modèle ainsi établi est discuté et enrichi au cours de l'étude.

1.1 Glossaire

Déplacements et efforts

- δ_a déflexion axiale du roulement, c'est à dire le déplacement axial du centre de poussée de la Bague Intérieure (BI) par rapport au centre de poussée de la Bague Extérieure (BE) suivant l'axe du roulement ;
- δ_r déflexion radiale du roulement ;
- θ angle de déversement suivant la direction perpendiculaire à δ_a et δ_r ;
- ω fréquence de rotation du rotor (rad/s) correspondant à N la vitesse de rotation (tr/min) ;
- F_a effort axial global appliqué au centre de poussée de la BI du roulement ;
- F_r effort radial global appliqué au centre de poussée de la BI du roulement ;
- M_r moment global appliqué et exprimé au centre de poussée de la BI du roulement.

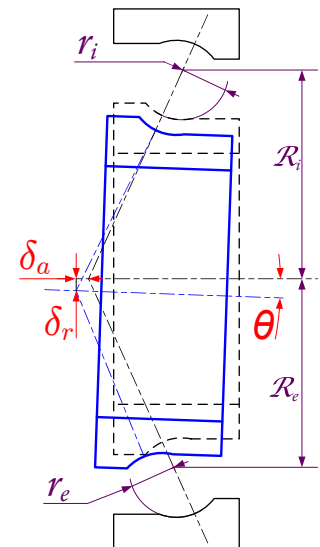


FIG. 2.1 – Déflexions et déversement.

Les actions mécaniques F_a , F_r et M_r engendrent les déplacements δ_a , δ_r et θ .

Grandeurs géométriques

- D diamètre de la bille ;
- z le nombre de billes ;
- d_m diamètre orbital, permettant de repérer la position radiale du centre de la bille O_b ;
- r_i et r_e rayons de courbures respectivement de la BI et de la BE ;
- f_i et f_e définis tels que $f_i = r_i/D$ et $f_e = r_e/D$;
- $B.D$ distance entre les centres de courbure des bagues :

$$B.D = \|\overrightarrow{O_e O_i}\| = r_i + r_e - D = D(f_i + f_e - 1)$$

- \mathfrak{R}_i position radiale du centre de courbure de la bague intérieure O_i :

$$\mathfrak{R}_i = \frac{d_m}{2} + (f_i - 0.5)D \cos \alpha$$

- \mathfrak{R}_e position radiale du centre de courbure de la bague extérieure O_e :

$$\mathfrak{R}_e = \frac{d_m}{2} - (f_e - 0.5)D \cos \alpha$$

Grandeurs locales

La FIG. 2.2 permet le repérage de chaque bille dans l'espace. Les grandeurs locales se visualisent dans le plan de coupe B-B (plan de position angulaire ψ_j). La FIG. 2.3 montre les deux configurations locales : configuration initiale (état 1) et configuration roulement chargé (état 2). Pour la compréhension, la configuration roulement chargé a été représentée avec uniquement une déflexion axiale δ_a . La BE (en haut) est fixe.

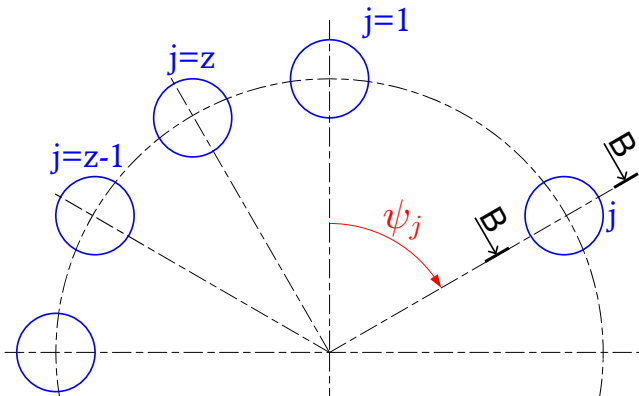


FIG. 2.2 – Définition de la position angulaire ψ_j de la bille j .

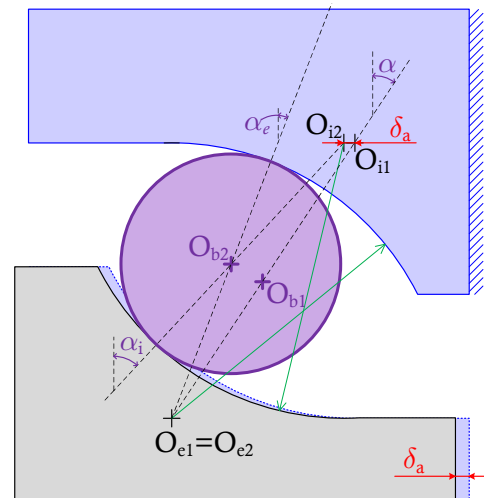


FIG. 2.3 – Coupe B-B du roulement par le plan de position angulaire ψ_j .

Les grandeurs sont :

- α angle de contact du roulement à l'état 1 ;
- α_i et α_e angles de contact respectivement intérieur et extérieur ;
- O_b centre de la bille ;
- O_i et O_e centres de courbure respectifs de la BI et de la BE dans le plan de position angulaire ψ_j .

Ces grandeurs et points sont différents pour chaque bille d'où les indices j additionnels.

1.2 Relations géométriques

1.2.1 Principe

Pour la résolution de l'équilibre du roulement, il est nécessaire d'établir les relations géométriques (ou contraintes cinématiques) induites par la géométrie et la position des bagues et des billes dans leurs états déformés. Les relations sont établies pour chaque bille j présente dans le plan de position angulaire ψ_j .

1.2.2 Cinématique

L'hypothèse de mouvement de corps rigide de la BI par rapport à la BE permet d'exprimer le déplacement du centre de courbure de la bague intérieure $\overrightarrow{O_{i1}O_{i2}}$. Ainsi, pour un déplacement $(\delta_a, \delta_r, \theta)$ de la BI, on obtient en O_i : un déplacement axiale $\delta_a + \theta R_i \cos \psi_j$ et un déplacement radial est $\delta_r \cos \psi_j$. La figure suivante expose les positions de O_b , O_i et O_e dans les états 1 et 2.

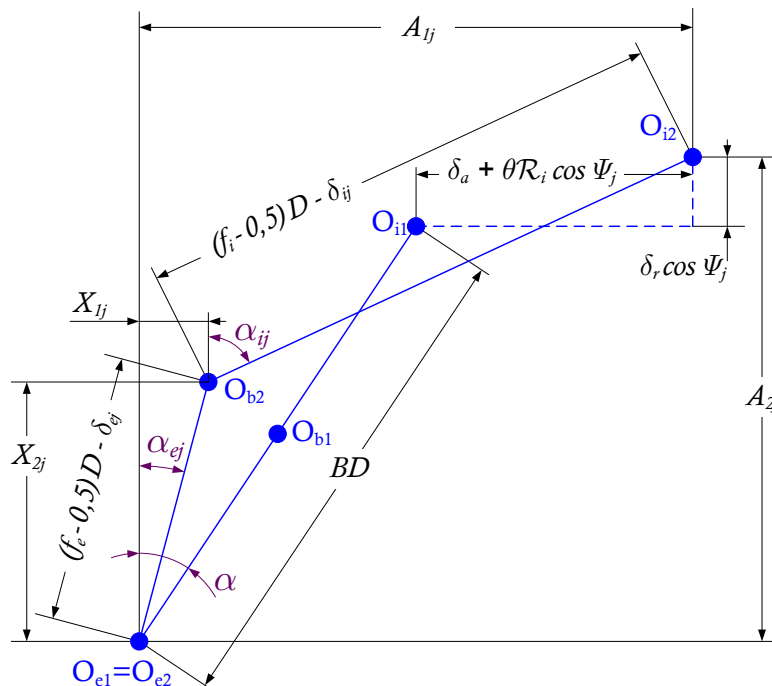


FIG. 2.4 – Position de la bille j et des centres de courbure des bagues.

Variables :

- δ_{ij} est la déformation locale normale au contact entre la BI et la bille j .
- δ_{ej} est la déformation locale normale au contact entre la BE et la bille j .
- X_{1j} est la distance axiale du centre de la bille j noté O_b par rapport au centre de courbure de la bague extérieure O_e .
- X_{2j} est la distance radiale entre ces deux mêmes points.
- A_{1j} est la distance axiale entre les deux centres de courbures O_e et O_i dans le plan contenant la bille.
- A_{2j} est la distance radiale entre ces deux mêmes points.

L'ensemble de ces variables sont stockées sous forme de vecteurs : $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \delta_i$ et δ_e .

Les grandeurs locales A_{1j} et A_{2j} s'expriment en fonction des déflexions globales des roulements (mouvement de corps rigide de la bague intérieure par rapport à la bague extérieure) :

$$\begin{cases} A_{1j} = BD \sin \alpha + \delta_a + \theta \mathfrak{R}_i \cos \psi_j & (2.1a) \\ A_{2j} = BD \cos \alpha + \delta_r \cos \psi_j & (2.1b) \end{cases}$$

1.2.3 Équations géométriques

Compte tenu de la géométrie propre au roulement, le théorème de PYTHAGORE donne deux équations :

$$\begin{cases} (A_{1j} - X_{1j})^2 + (A_{2j} - X_{2j})^2 - [(f_i - 0.5)D + \delta_{ij}]^2 = 0 & (2.2a) \\ X_{1j}^2 + X_{2j}^2 - [(f_e - 0.5)D + \delta_{ej}]^2 = 0 & (2.2b) \end{cases}$$

1.3 Effets dus à la vitesse de rotation

Compte tenu de la vitesse de rotation élevée du roulement, il est nécessaire de prendre en compte les effets dynamiques sur les billes. La vitesse de rotation du roulement N sera considérée constante.

1.3.1 Forces centrifuges

Chaque bille est animée notamment d'un mouvement de rotation orbital autour de l'axe du roulement. Elle est donc soumise à une accélération radiale soit, par équivalence, à un effort centrifuge. Cet effort est exprimé avec de la vitesse de rotation Orbital de la bille ω_O (proche de celle de la cage ω_C) :

$$F_{cj} = \frac{1}{2} m_b d_m \omega^2 \left(\frac{\omega_O}{\omega} \right)_j^2 \quad \text{avec} \quad \begin{cases} m_b = \frac{\pi}{6} \rho_b D^3 \\ \frac{\omega_O}{\omega} \text{ donné en Annexe 1} \end{cases} \quad (2.3)$$

1.3.2 Effets gyroscopiques sur les billes

Le mouvement de la bille se compose d'une rotation orbitale autour de l'axe du roulement (de vitesse ω_O) et d'une révolution sur son axe propre (de vitesse ω_B). La FIG. 2.5 représente ce mouvement.

Comme l'axe de rotation propre de la bille n'est pas fixe dans l'espace, la bille j est soumise à un moment gyroscopique M_g . Sous vitesse de rotation constante du roulement, le moment gyroscopique est exprimé par la formule suivante (démonstration par intégration d'un volume élémentaire de la bille j) :

$$M_{gj} = J\omega^2 \left(\frac{\omega_O}{\omega} \right)_j \left(\frac{\omega_b}{\omega} \right)_j \sin \beta_j \quad (2.4)$$

Avec J le moment d'inertie de la bille tel que :

$$J = \frac{1}{60} \rho \pi D^5$$

Remarques :

- Les expressions des vitesses de rotation et de l'angle β sont présentes en Annexe 1. Elles font appel à des notions empiriques concernant la friction au contact bille/bagues.
- Quelque soit le sens de rotation du roulement, $\omega_B \omega_O \leq 0$. Le moment gyroscopique M_g est donc toujours négatif.

1.4 Équilibre local

Isolons la bille j ayant pour position angulaire ψ_j . Le Bilan des Actions Mécaniques sur cette bille est représenté sur la figure ci-contre. Les coefficients $(\lambda_{ij}, \lambda_{ej})$ expriment la répartition du moment M_g entre la BI et la BE. $(\lambda_{ij}, \lambda_{ej}) = (1, 1)$ si les efforts sont transmis de manière équi-répartie sur la BE et la BI. Cependant, étant donné l'hypothèse de roulement avec glissement sur la BI (hypothèse discutée en Annexe 1), les valeurs suivantes sont choisies pour le reste de l'étude : $(\lambda_{ij}, \lambda_{ej}) = (0, 2)$. Les équations qui vont suivre seront tout de même exprimées dans le cas général avec les coefficients λ_{ij} et λ_{ej} quelconques.

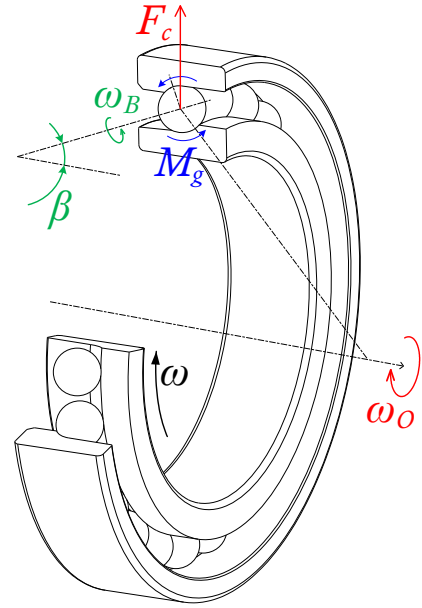


FIG. 2.5 – Moment gyroscopique sur la bille.

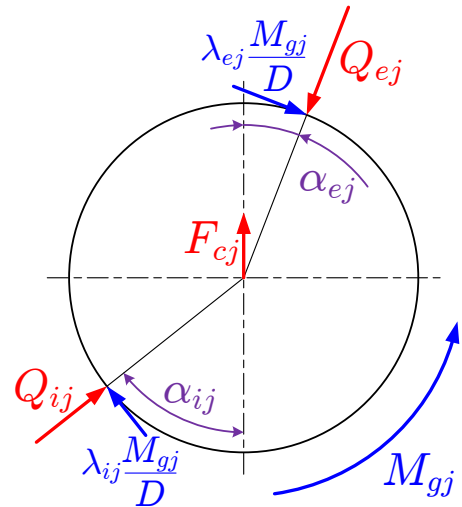


FIG. 2.6 – Isolement de la bille j .

L'équilibre dynamique de la bille j s'exprime grâce au Principe Fondamental de la Dynamique par deux relations scalaires :

$$\begin{cases} Q_{ij} \sin \alpha_{ij} - Q_{ej} \sin \alpha_{ej} - \frac{M_{gj}}{D} (\lambda_{ij} \cos \alpha_{ij} - \lambda_{ej} \cos \alpha_{ej}) = 0 & (2.5a) \\ Q_{ij} \cos \alpha_{ij} - Q_{ej} \cos \alpha_{ej} - \frac{M_{gj}}{D} (\lambda_{ij} \sin \alpha_{ij} - \lambda_{ej} \sin \alpha_{ej}) + F_{cj} = 0 & (2.5b) \end{cases}$$

Avec respectivement Q_{ij} et Q_{ej} les efforts locaux de la bague intérieure et de la bague extérieure sur la bille j et F_{cj} l'effort centrifuge sur la bille j .

La théorie de HERTZ permet d'obtenir les relations de comportement local du contact (abordé dans le rapport bibliographique [Noël, 2010] partie 2.2.2.) :

$$\begin{cases} \delta_{ij} = K_{ij} Q_{ij}^{2/3} \\ \delta_{ej} = K_{ej} Q_{ej}^{2/3} \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} Q_{ij} = K_{ij}^* \delta_{ij}^{3/2} \\ Q_{ej} = K_{ej}^* \delta_{ej}^{3/2} \end{cases} \quad \text{avec} \quad K^* = K^{-3/2} \quad (2.6)$$

Les valeurs des raideurs locales K_{ij} et K_{ej} sont obtenues en faisant intervenir les coefficients matériaux de la bille et des bagues (E et ν) et la topologie des pièces en contact ([Aublin *et al.*, 2006]).

Par ailleurs, exprimons les angles α_{ej} et α_{ij} en fonction des grandeurs géométriques :

$$\begin{cases} \cos \alpha_{ej} = \frac{X_{2j}}{(f_e - 0,5)D + \delta_{ej}} & (2.7a) \\ \sin \alpha_{ej} = \frac{X_{1j}}{(f_e - 0,5)D + \delta_{ej}} & (2.7b) \\ \cos \alpha_{ij} = \frac{A_{2j} - X_{2j}}{(f_i - 0,5)D + \delta_{ij}} & (2.7c) \\ \sin \alpha_{ij} = \frac{A_{1j} - X_{1j}}{(f_i - 0,5)D + \delta_{ij}} & (2.7d) \end{cases}$$

Ainsi, en utilisant EQN. (2.6) et EQN. (2.7), les équations d'équilibre de la bille j EQN. (2.5) deviennent :

$$\begin{cases} \frac{\frac{\lambda_{ej} M_{gj} X_{2j}}{D} - K_{ej}^* \delta_{ej}^{3/2} X_{1j}}{(f_e - 0,5)D + \delta_{ej}} + \frac{K_{ij}^* \delta_{ij}^{3/2} (A_{1j} - X_{1j}) - \frac{\lambda_{ij} M_{gj}}{D} (A_{2j} - X_{2j})}{(f_i - 0,5)D + \delta_{ij}} = 0 & (2.8a) \\ \frac{\frac{\lambda_{ej} M_{gj} X_{1j}}{D} + K_{ej}^* \delta_{ej}^{3/2} X_{2j}}{(f_e - 0,5)D + \delta_{ej}} - \frac{K_{ij}^* \delta_{ij}^{3/2} (A_{2j} - X_{2j}) + \frac{\lambda_{ij} M_{gj}}{D} (A_{1j} - X_{1j})}{(f_i - 0,5)D + \delta_{ij}} - F_{cj} = 0 & (2.8b) \end{cases}$$

1.5 Équilibre global

En isolant la bague intérieure du roulement, le Principe Fondamental de la Dynamique donne trois relations scalaires :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_a - \sum_{j=1}^z \left(Q_{ij} \sin \alpha_{ij} - \frac{\lambda_{ij} M_{gj}}{D} \cos \alpha_{ij} \right) = 0 \end{array} \right. \quad (2.9a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F_r - \sum_{j=1}^z \left(Q_{ij} \cos \alpha_{ij} + \frac{\lambda_{ij} M_{gj}}{D} \sin \alpha_{ij} \right) \cos \psi_j = 0 \end{array} \right. \quad (2.9b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_r - \sum_{j=1}^z \left[\left(Q_{ij} \sin \alpha_{ij} - \frac{\lambda_{ij} M_{gj}}{D} \cos \alpha_{ij} \right) \mathfrak{R}_i + \lambda_{ij} f_i M_{gj} \right] \cos \psi_j = 0 \end{array} \right. \quad (2.9c)$$

En remplaçant les expressions des angles de contact EQN. (2.7), EQN. (2.9) devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_a - \sum_{j=1}^z \frac{K_{ij}^* (A_{1j} - X_{1j}) \delta_{ij}^{3/2} - \frac{\lambda_{ij} M_{gj}}{D} (A_{2j} - X_{2j})}{(f_i - 0,5)D + \delta_{ij}} \end{array} \right. \quad (2.10a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F_r - \sum_{j=1}^z \frac{K_{ij}^* (A_{2j} - X_{2j}) \delta_{ij}^{3/2} + \frac{\lambda_{ij} M_{gj}}{D} (A_{1j} - X_{1j})}{(f_i - 0,5)D + \delta_{ij}} \cos \psi_j \end{array} \right. \quad (2.10b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_r - \sum_{j=1}^z \left[\frac{\left(K_{ij}^* (A_{1j} - X_{1j}) \delta_{ij}^{3/2} - \frac{\lambda_{ij} M_{gj}}{D} (A_{2j} - X_{2j}) \right) \mathfrak{R}_i}{(f_i - 0,5)D + \delta_{ij}} + \lambda_{ij} f_i M_{gj} \right] \cos \psi_j \end{array} \right. \quad (2.10c)$$

Remarque : Les équations précédentes correspondent à un problème plan. Il est possible d'extrapoler pour aboutir à un modèle général à 5ddl avec un système de 5 équations d'équilibre global (F_x, F_y, F_z, M_y et M_z) : [Cao et Altintas, 2004].

2 Résolution

2.1 Logiciel et algorithme

Cette modélisation est réalisée sous le logiciel MATLAB puisque il est particulièrement efficace et simple pour des calculs numériques. Les équations énoncées précédemment sont non-linéaires et dépendent de nombreux paramètres. L'outil de résolution utilisé doit être approprié. MATLAB comprend des outils de résolution d'équation. Dans notre cas, la fonction `fsolve` permet une résolution simultanée d'équations non-linéaires.

2.2 Résolution itérative

Selon HARRIS [Harris, 2007], le calcul de la raideur des roulements nécessite une résolution itérative. En effet, la géométrie du contact dépend des efforts et vice-versa. La figure suivante montre le principe de cette résolution. A chaque itération, z systèmes de équations locales et 3 équations globales sont résolues.

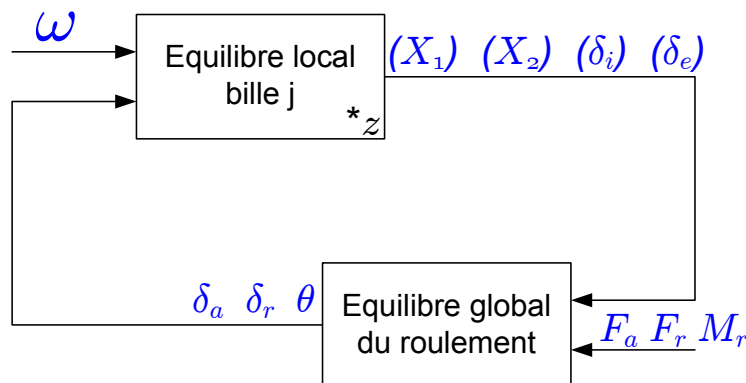


FIG. 2.7 – Principe de résolution selon HARRIS.

Équilibre global

Grâce aux $2.z$ relations géométriques (2.1), la résolution du système de 3 équations (2.10) donnera simultanément les déflexions globales δ_a , δ_r et θ à partir des actions mécaniques (F_a , F_r et M_r) et des données sur chaque bille j ($\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2$, δ_i et δ_e).

Équilibres locaux

Les 4 équations formées par les systèmes (2.8) et (2.2) permettent d'obtenir simultanément $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2$, δ_i et δ_e pour les déflexions globales δ_a , δ_r et θ données. Une résolution est nécessaire pour chaque bille.

2.3 Vers une résolution globale

La difficulté de la résolution précédente est de choisir des valeurs initiales soit en supposant les valeurs de δ_a , δ_r et θ soit en supposant les valeurs de $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2$, δ_i et δ_e . Pour cela, l'état de précharge peut être choisi. Il permet une estimation des grandeurs puisque toutes les billes sont identiquement chargées. Seulement, l'itération décrite FIG. 2.7 ne converge pas. En effet, les résultats découlant de chaque pas de l'itération sont éloignés du réel (voir n'ont plus de sens mécanique : ex : grandeurs imaginaires, $\alpha_i < 0$, etc.).

Une résolution globale de l'ensemble du problème a donc été choisie. Les équations d'équilibre locales (2.z), les relations géométriques (2.z) et les équations d'équilibre global (au nombre de 3) sont résolues simultanément. Par exemple, pour le roulement VEX70, le système résolu est constitué de 103 équations. Contre toute attente, la résolution est rapide, preuve de l'efficacité de l'outil `fsolve`.

2.4 Pourquoi normer les équations ?

La résolution décrite précédemment se compose d'équations en effort et d'autres en déplacement. Les inconnues en effort sont de l'ordre d'une centaine de Newton alors que les inconnues géométriques sont de l'ordre de quelques microns. Les résidus de ces équations ne sont pas donc pas du même ordre de grandeur ce qui pose problème pour choisir le critère d'arrêt de la résolution. Il est donc nécessaire de normer ces équations.

Par exemple, l'équation 2.10a devient :

$$1 - \frac{1}{F_a} \sum_{j=1}^z \frac{K_{ij}^* (A_{1j} - X_{1j}) \delta_{ij}^{3/2} - \frac{Mg_j}{D} (A_{2j} - X_{2j})}{(f_i - 0,5)D + \delta_{ij}} = 0 \quad (2.11)$$

Cette manipulation permet par ailleurs d'augmenter la vitesse de calcul. En effet, la tolérance sur le résidu de ces équations peut être choisie supérieure (ex : 10^{-3}) puisque tous les résidus sont du même ordre de grandeur. Même sans changer la tolérance sur le résidu, la convergence semble plus rapide.

Il faut tout de même effectuer cette normalisation avec prudence. En effet, la norme utilisée ne doit pas dépendre des variables de la résolution numérique. Dans le cas contraire, cette normalisation serait préjudiciable à la résolution empêchant parfois la convergence de celle-ci. Ainsi, EQN. (2.8a) a été normée par $Q_{ini} = \frac{F_a}{z \sin \alpha}$ au lieu de Q_e ou Q_i qui sont des variables de la résolution.

2.5 Calcul des raideurs

La raideur est une caractéristique importante du roulement. Pour l'application aux broches UGV, la raideur constitue le cœur de la problématique.

Il est commun de parler de *raideur axiale* et de *raideur radiale*. Il convient cependant d'éclaircir la signification de ces dénominations. La raideur \mathbf{K} d'un système à n ddls s'exprime par une matrice $n \times n$ telle que :

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (2.12)$$

Dans le cas présent du roulement à 3 degrés de liberté, la matrice de raideur, le vecteur déplacement et le vecteur force s'expriment de la façon suivante :

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_a}{\partial \delta_a} & \frac{\partial F_a}{\partial \delta_r} & \frac{\partial F_a}{\partial \theta} \\ \frac{\partial F_r}{\partial \delta_a} & \frac{\partial F_r}{\partial \delta_r} & \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \\ \frac{\partial M_r}{\partial \delta_a} & \frac{\partial M_r}{\partial \delta_r} & \frac{\partial M_r}{\partial \theta} \end{bmatrix} \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \\ \theta \end{bmatrix} \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} F_a \\ F_r \\ M_r \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

On appelle communément *raideur axiale* le terme K_{11} et *raideur radiale* le terme K_{22} . Toutefois, la matrice \mathbf{K} n'est pas diagonale. Par exemple, $K_{32} \neq 0$. En effet, les simulations numériques permettent d'observer qu'en bloquant le déversement θ , le moment M_r varie lorsque l'on change la valeur de la déflexion radiale δ_r .

Chaque terme de la matrice de raideur \mathbf{K} est calculée numériquement. Par exemple :

$$\frac{\partial F_a}{\partial \delta_a} = \frac{F_a(\delta_a + \Delta\delta_a) - F_a(\delta_a)}{\Delta\delta_a} \quad (2.14)$$

Cependant, la résolution est une résolution en déplacement, c'est à dire $(\delta_a, \delta_r, \theta)$ obtenus pour (F_a, F_r, M_r) donnés. La matrice de souplesse \mathbf{K}^{-1} sera donc calculée dans un premier temps, puis inversée pour obtenir la matrice de raideur. Par exemple :

$$\mathbf{K}_{11}^{-1} = \frac{\delta_a(F_a + \Delta F_a) - \delta_a(F_a)}{\Delta F_a} \quad (2.15)$$

Remarque : Quel que soit le chargement, le calcul des raideurs nécessite 4 résolutions du modèle à 3ddls du roulement : celle pour le chargement en question et 3 autres en faisant varier F_a , F_r et M_r . La résolution est donc relativement longue.

Notation : Dans la suite de l'étude, nous noterons K_{aa} la *raideur axiale* et K_{rr} la *raideur radiale*.

3 Résultats et validation des simulations

Le roulement choisi pour la validation est le roulement VEX70/XNCE3 de marque SNFA (caractéristiques en Annexe 2.1). Les éléments comparatifs sont l'ouvrage de HARRIS et les résultats obtenus avec le logiciel SECBA. Le logiciel SECBA a été développé initialement par la société SNFA aujourd'hui propriété de SKF. Il permet le calcul des roulements seuls et des montages de roulement. La version disponible dans l'équipe est la version client, version limitée qui entre autre ne prend pas en compte les effets dynamiques.

3.1 Modèle à un degré de liberté

Ce modèle permet d'étudier l'évolution de grandeurs dans le roulement pour une charge axiale uniquement. Cette charge axiale F_a correspond à la précharge P_r et éventuellement à l'effort axial appliqué en bout d'outil. A ce stade, les conclusions seront identiques que l'on parle de la précharge P_r ou de l'effort axial F_a puisqu'ils représentent la même grandeur pour le roulement. La résolution est plus simple puisque toutes les billes sont chargées identiquement. Uniquement 5 équations sont nécessaires (4 pour l'équilibre local des billes et 1 pour l'équilibre global axial du roulement).

L'angle de contact initial du roulement étudié est $\alpha = 25^\circ$.

Influence de la vitesse de rotation sur les angles de contact

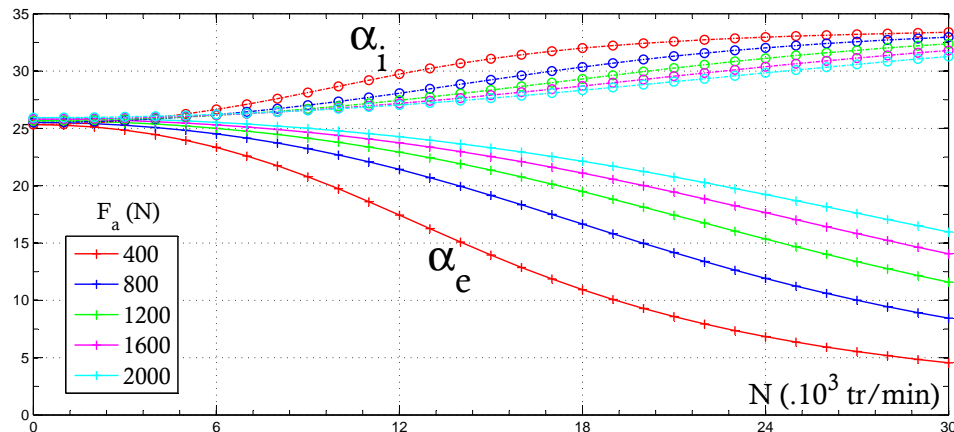


FIG. 2.8 – Variations de α_i et α_e en fonction de N pour différentes charges axiales F_a .

Sous l'effet centrifuge, les angles de contact varient. L'angle α_i (en haut) augmente et l'angle α_e diminue. On remarquera que les variations en valeurs absolues de ces angles ne sont pas identiques (i.e. : $\alpha_e + \alpha_i \neq \alpha_0$). L'allure de cette courbe est en accord avec l'exemple donné dans l'ouvrage de HARRIS [Harris, 2007].

Influence de la précharge sur les angles de contact

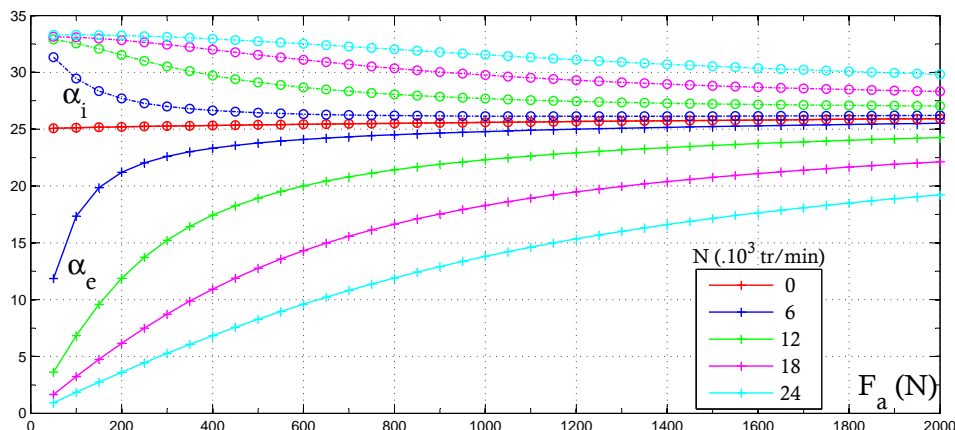


FIG. 2.9 – Variations de α_i et α_e en fonction de F_a pour différentes valeurs de N .

Comme évoqué dans la littérature ([Harris, 2007]), la variation des angles de contact est d'autant plus faible que la précharge est importante. Par ailleurs, sans vitesse de rotation, les angles de contact (alors identiques) augmentent avec la précharge. Sous des précharges faibles et des vitesses de rotation importantes, α_e tend vers 0 et α_i tend vers une valeur fixe. Dans ce cas, l'effort local de la bille sur la BI est nul ($Q_i = 0$) et l'effort local de la bille sur la BE correspond à l'effort centripète sur la bille.

Evolution de la déflexion axiale δ_a

La déflexion axiale de référence δ_a correspond à l'état de repos du roulement. La figure suivante expose l'effet de la vitesse de rotation sur la déflexion axiale pour plusieurs valeurs de charge axiale F_a :

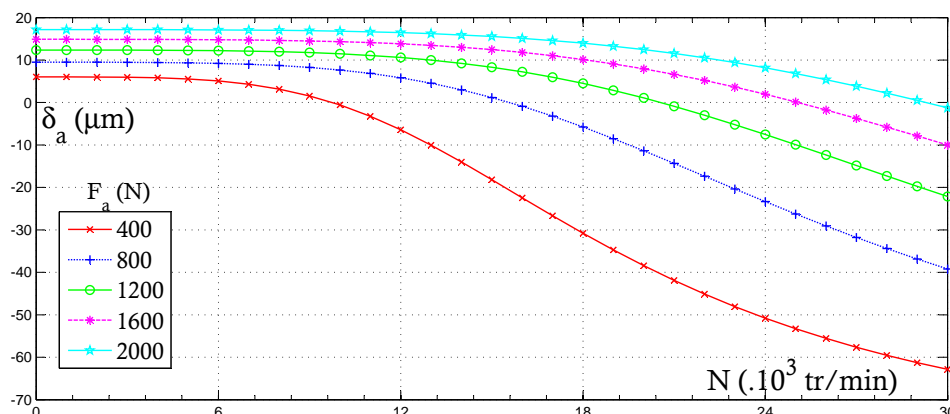


FIG. 2.10 – Évolution de la déflexion axiale δ_a en fonction de la vitesse de rotation N .

Plus la précharge P_r est élevée moins la déflexion axiale δ_a est importante. Sans vitesse de rotation, la déflexion est positive (enfoncement de la BI vers la BE). Une fois le roulement en rotation, la déflexion δ_a devient négative (résultats similaires à [Harris, 2007]). Ce phénomène est dû au déplacement des billes faisant alors reculer la bague intérieure.

Concernant l'emploi des roulements à billes dans les broches de machines UGV, cette déflexion due à la vitesse de rotation est problématique. La jauge d'outil effectué à $N = 0$ n'est donc pas suffisante pour assurer une qualité de fabrication optimale des pièces.

3.2 Modèle à deux degrés de liberté

Ce modèle de roulement est associé à l'hypothèse de rigidité de l'arbre. De cette manière le déversement θ est imposé nul et uniquement les déflexions axiales δ_a et radiales δ_r sont considérées.

Le changement dans les équations décrites précédemment consiste à remplacer l'inconnue θ par l'inconnue M_r . θ est fixé nul (dans l'expression de A_{1j} EQN. (2.1)) et le moment M_r correspond au moment de réaction de la bague intérieure sur l'arbre nécessaire pour obtenir $\theta = 0$ pour le chargement donné.

Charges locales sur la bague

Une simulation numérique a été réalisée avec $F_a = 1220\text{ N}$, correspondant à la précharge forte recommandée par SNFA (cf. Annexe 2), et la charge radiale $F_r = 900\text{ N}$, charge choisie forte afin de pouvoir observer la répartition des charges sur le pourtour roulement. Une simulation numérique a été réalisée sans les effets dynamiques ($N = 0$) afin de pouvoir comparer avec le logiciel SECBA. Le moment de réaction trouvé est $M_r = 19,58\text{ Nm}$. La FIG. 2.11 permet de comparer les pressions maximales de contact p_{max} obtenues par le logiciel SECBA et le programme créé.

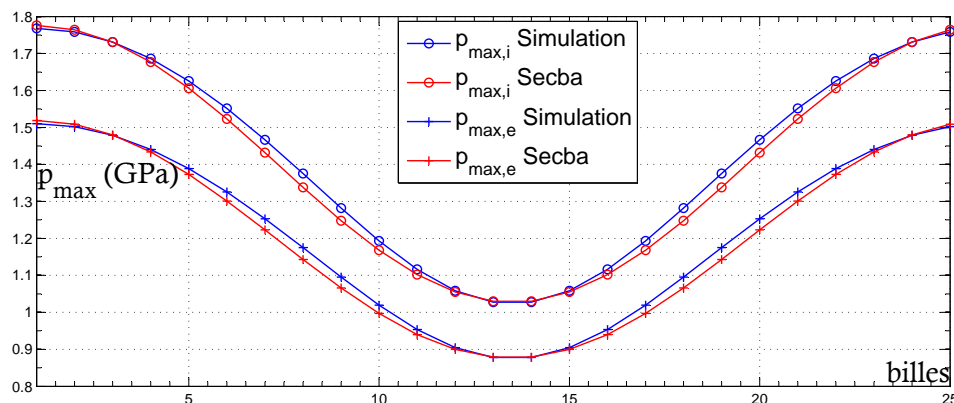


FIG. 2.11 – Comparaison simulation/SECBA pour les pressions maximales de contact.

Comme l'effort radial F_r est positif, les pressions maximales p_{max} les plus grandes se situent près de la bille $n^{\circ}1$. De plus, les déflexions et déversement sont très proches. Cette comparaison permet une première validation du programme pour la statique.

Angles de contact

La charge n'étant plus uniquement axiale, chaque bille est chargée différemment. L'équilibre local des billes induit donc aussi des angles de contact différents. Le graphique suivant a été réalisé sous les mêmes charges qu'au paragraphe précédent mais avec $N = 24\,000 \text{ tr/min}$.

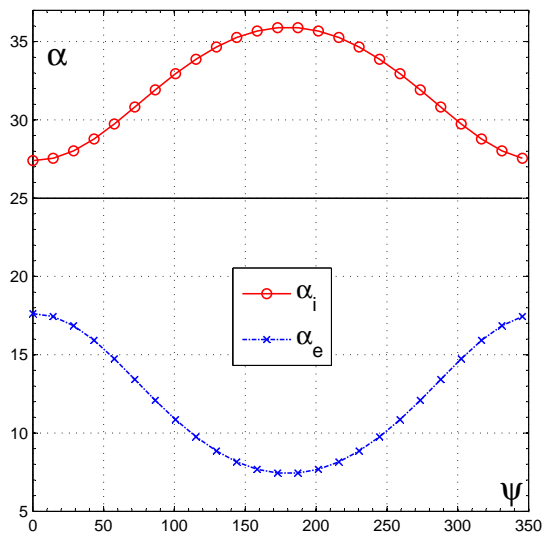


FIG. 2.12 – Variation des angles de contact pour un roulement chargé radialement.

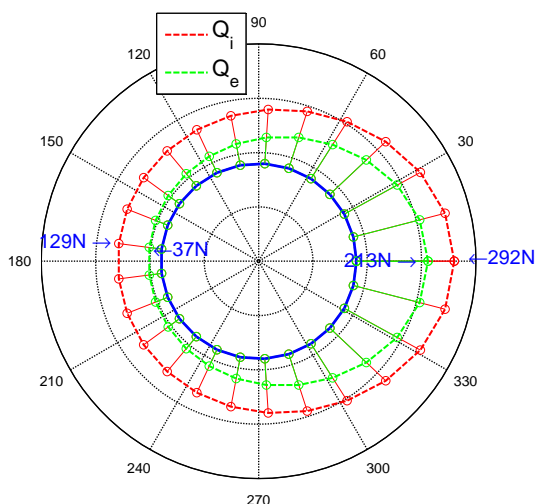


FIG. 2.13 – Répartition des charges Q_i et Q_e .

Une comparaison entre les FIG. 2.12 et FIG. 2.13 permet d'affirmer que les billes les plus chargées sont celles dont les angles de contact ont les moins variés. Cette remarque est cohérente avec les résultats obtenus sur la FIG. 2.9 de la partie 3.1. Par ailleurs, la FIG. 2.13 montre que la bague extérieure est plus chargée que la bague intérieure, la différence étant les forces centrifuges F_c .

3.3 Modèle à trois degrés de liberté

Principe

Le modèle prend maintenant en compte le déversement θ . Les données utiles à cette simulation numérique sont les efforts F_a , F_r , et M_r .

Répartition des charges

Les charges choisies arbitrairement pour cette répartition sont $F_a = 1220\text{ N}$, $F_r = 900\text{ N}$ et $M_r = 5\text{ Nm}$. La simulation s'effectue en statique. La répartition de la pression de contact $p_{max,i}$ a été tracée sur la FIG. 2.14. Cette répartition peut paraître curieuse à première vue. Les pressions importantes présentes dans la direction opposée au chargement radial F_r sont dues au moment M_r qui a tendance à rapprocher les bagues dans cette zone. Les résultats de la simulation sont compatibles avec ceux obtenus par le logiciel SECBA en statique.

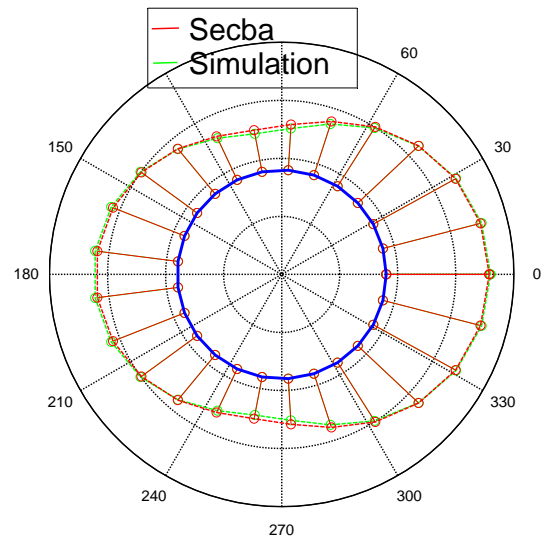


FIG. 2.14 – Répartition de $p_{max,i}$ pour la résolution à 3ddl.

A propos du glissement

Comme décrit dans le paragraphe 1.4, une hypothèse de glissement de la bille sur la BI est adoptée. Cette hypothèse est-elle bien nécessaire ? Pourquoi ne pas avoir opté pour un modèle de roulement sans glissement ?

Une étude en dynamique avec le logiciel SECBA sera considérée comme référence. Cette étude a été gracieusement réalisée par des ingénieurs du roulementier SNFA. Le modèle à 3 degrés de liberté en dynamique ($N = 24000\text{ tr/min}$) avec un chargement combiné est utilisé. Deux simulations ont été réalisées sous MATLAB avec et sans le glissement au niveau de la BI. La FIG. 2.15 permet la comparaison à partir de la déformation locale sur la bague extérieure δ_e .

Un écart important subsiste entre les modèles avec et sans glissement. La déformation δ_e est plus grande sans glissement (environ 21% de plus qu'avec le glissement). Dans ce cas, les vitesses orbitales et de rotations propres des billes sont plus grandes. Les efforts centrifuges et gyroscopiques sont alors plus considérables. Ceci explique que les déformations locales sur la BE δ_e soient plus importantes. Il est donc bien nécessaire de prendre en compte le glissement de la bille sur la BI. Cette hypothèse est validée et sera utilisée dans toute la suite de l'étude.

Un léger écart subsiste entre les résultats du modèle avec glissement et les résultats de SECBA. Il est difficile d'expliquer cette légère différence car le programmation de SECBA n'est pas connue. Cependant, cette différence peut s'expliquer par des coefficients matériaux différents (en particulier : ρ_b , ν_b , E_b , ν_r , E_r).

Pour aller plus loin

Pour obtenir des valeurs significatives d'efforts, il est nécessaire de considérer la broche avec un cas de chargement en bout d'outil. Seulement, les efforts F_r et M_r ne peuvent pas être obtenues par une simple application du principe fondamental de la statique. Le comportement de l'arbre doit être pris en compte. L'arbre rigidifie les roulements et vice-versa. Une résolution itérative couplant le comportement des roulements et un modèle poutre EF serait nécessaire pour déterminer le moment M_r .

3.4 Conclusion

Les simulations numériques présentées ci-dessus permettent de valider le programme. Les résultats sont semblables à ceux de SECBA en statique et ils sont en concordance avec ceux de HARRIS. Des résultats de SECBA en dynamiques coïncident aussi. Le modèle à 3ddl est validé en dynamique.

Grâce au programme élaboré, il est possible d'obtenir toutes les grandeurs locales et globales pour un cas de chargement donné (efforts + vitesse). La raideur est une caractéristique importante pour l'application broche. Le chapitre suivant permettra de comprendre quels sont les paramètres et grandeurs influant sur les valeurs des raideurs axiale et radiale du roulement.

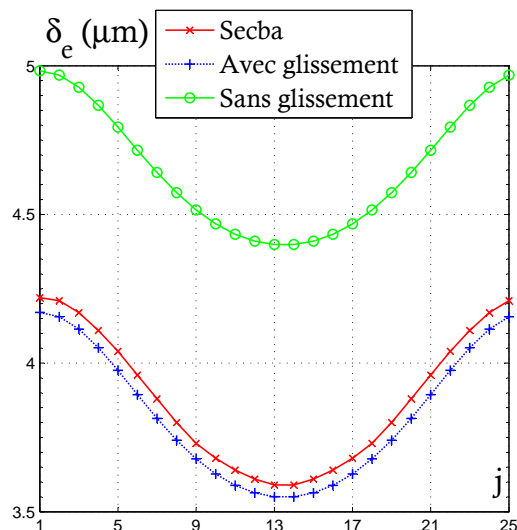


FIG. 2.15 – Comparaison des modèles avec et sans glissement.

Analyse de Sensibilités

Le but de ce chapitre est de déterminer les paramètres (géométriques ou non) qui influent significativement sur le comportement des roulements. Il permettra aussi de valider ou d'invalidier les hypothèses jusqu'alors choisies. L'analyse de sensibilité est réalisée avec un facteur à la fois pour une analyse de résultats aisée.

Les critères de comparaison seront les raideurs radiales K_{rr} et axiales K_{aa} . A remarquer que le cas de chargement axial sera pris comme référence dans la plupart des cas. Seulement, la résolution est bien la résolution à 3ddl décrite plus haut puisque elle est impérative pour calculer les raideurs.

Le calcul des variations s'effectue de la manière suivante :

$$\Delta K = \frac{K - K_{ref}}{K_{ref}} \quad (3.1)$$

Avec K_{ref} étant la valeur de référence. La référence sera la raideur en statique pour l'étude des températures T_i et T_e , des effets dynamiques et du serrage s . Pour des raisons de visualisation de résultats, l'état de référence pour l'étude de l'angle de contact initial α et du diamètre orbital d_m correspondra aux valeurs nominales et à la vitesse de rotation N en question.

1 Effet de la vitesse de rotation

Notons que seul le comportement des roulements est considéré. Les effets dynamiques dus au rotor n'interviennent pas dans cette étude. Le chargement axial correspond à une précharge $Pr = 1\,220\text{ N}$ (cf. Annexe 2).

Les variations des raideurs axiales K_{aa} et radiales K_{rr} de ce roulement sont tracées sur la figure suivante. Pour information, sous ces conditions, $K_{aa,N=0} = 150,7\text{ N}/\mu\text{m}$ et $K_{rr,N=0} = 321,0\text{ N}/\mu\text{m}$.

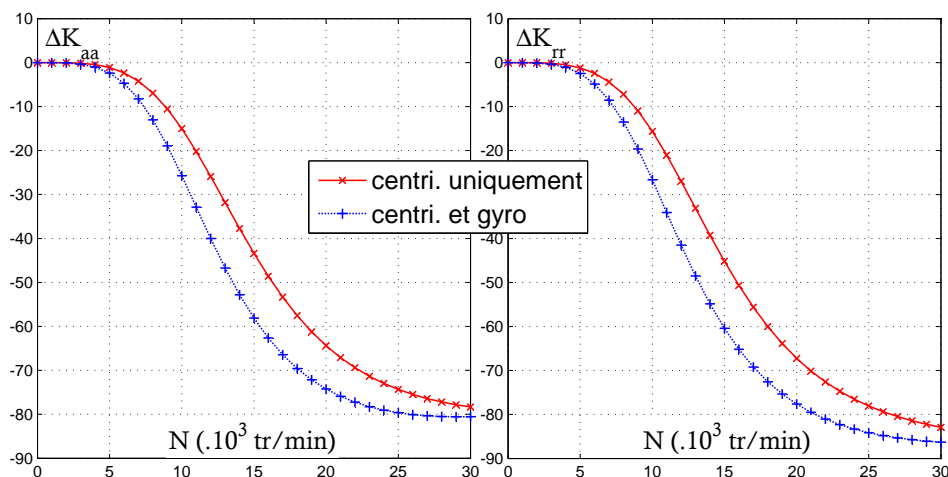


FIG. 3.1 – Influence des effets dynamiques sur les raideurs du roulement.

Tous les coefficients de raideur diminuent avec la vitesse de rotation. Sous influence uniquement de l'effet centrifuge, les raideurs axiale et radiale tombent respectivement à $-73,0\%$ et $-76,5\%$ des valeurs obtenues en statiques (valeurs pour $N = 24\,000\text{ tr/min}$). En ajoutant l'effet gyroscopique, les raideurs chutent respectivement à $-79,1\%$ et $-83,3\%$. L'effet gyroscopique a le même effet sur les raideurs que l'effet centrifuge et ajoute une perte d'environ 5% sur les raideurs à $N = 24\,000\text{ tr/min}$. L'effet gyroscopique est donc bien à prendre compte dans le modèle.

Remarque :

- La perte de raideur étant très importante, on peut supposer que les précharges choisies par le fabricant de broche sont plus importantes. Néanmoins dans le présent rapport, les valeurs choisies en Annexe 2 sont maintenues.
- L'effet gyroscopique ralenti la résolution puisque le calcul des du couple gyroscopique est calculé pour chaque bille à l'intérieure même de la résolution numérique. *Pour cette raison, l'effet gyroscopique ne sera pas pris en compte dans la suite de l'analyse de sensibilité.* Quoi qu'il en soit, l'effet des autres facteurs pourra être analysé indépendamment de celui-ci.

Et dans la littérature ?

L'évolution de la raideur des broches n'est souvent pas l'objet principal des publications. L'évolution des fréquences propres est la plus souvent recherchée. Il est par ailleurs nécessaire d'éviter les comparaisons avec les résultats publiés concernant les broches à précharges rigides pour lesquelles la précharge augmente avec la vitesse de rotation, compensant ainsi la diminution des raideurs.

Des résultats exposés par ABELE et FIEDLER [[Abele et Fiedler, 2004](#)] concernent la raideur radiale. Dans ce qui suit, une comparaison est faite mais il est important de ne pas perdre de vue que la broche utilisée est différente. La courbe exposée dans cette publication a une allure similaire aux résultats présentés ci-dessus, la raideur radiale K_{rr} diminue fortement avec la vitesse de rotation N . Par contre, la perte de raideur est

moins importante (jusqu'à 30% de la valeur initiale). Les auteurs soulignent l'importance de la prise en compte de la température dans la modélisation. Celle-ci permettrait de diminuer cette perte de raideur. La modélisation jusqu'alors effectuée dans ce rapport correspond à l'état de broche froide. Ce facteur fait l'objet d'une étude en partie 7) et la modélisation sera enrichie.

2 Précharge

La précharge d'un palier est une donnée délicate à choisir. Elle résulte d'un compromis entre comportement du roulement et durée de vie. Ce choix est propre à l'application et découle d'un savoir faire capitalisé par le fabricant du système en question. Le graphique suivant montre l'influence de la précharge sur les raideurs. Les raideurs servant de références sont obtenues à $N = 0$ et pour une précharge de 1 220 N.

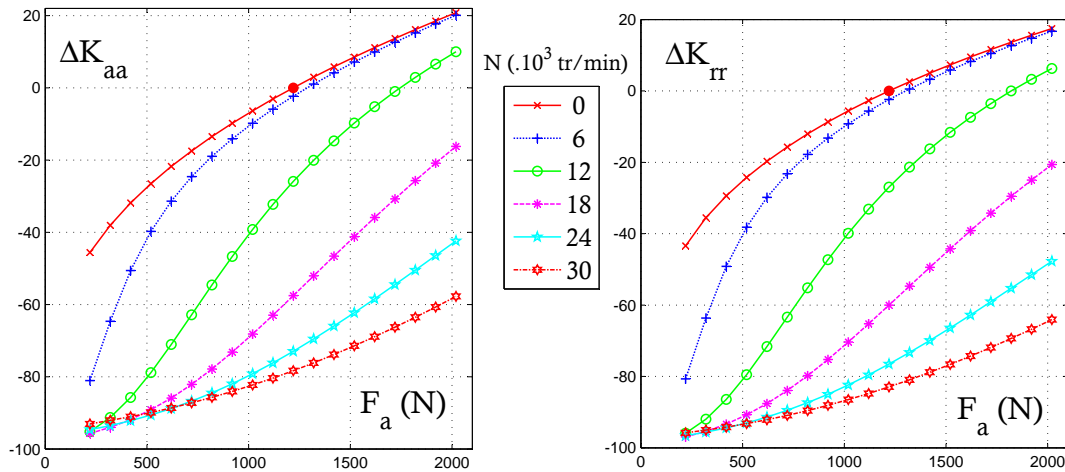


FIG. 3.2 – Influence de la précharge P_r sur les raideurs.

Comme évoqué dans la littérature [Palmgren, 1967], plus la précharge est élevée plus la raideur est importante. En statique, un passage à une précharge de 2000 N permettrait une augmentation de 20,2% et 16,1% respectivement pour K_{aa} et K_{rr} . A une vitesse de 24 000 tr/min , K_{aa} passerait de -73,5% à -42,9% et K_{rr} de -76,5% à -48,7% pour la même augmentation de précharge.

3 Rayons de courbure des pistes

3.1 Problématique

A partir des premières expérimentations effectuées, il semblerait que les rayons de courbure r_i et r_e aient une grande influence sur le comportement des roulements.

Une étude de sensibilité a été menée afin d'observer l'influence des rayons de courbure sur la raideur du roulement. Les graphiques suivants montrent la raideur radiale K_{rr} en

fonction de f_i et f_e (Rappel : $f_i = r_i/D$ et $f_e = r_e/D$).

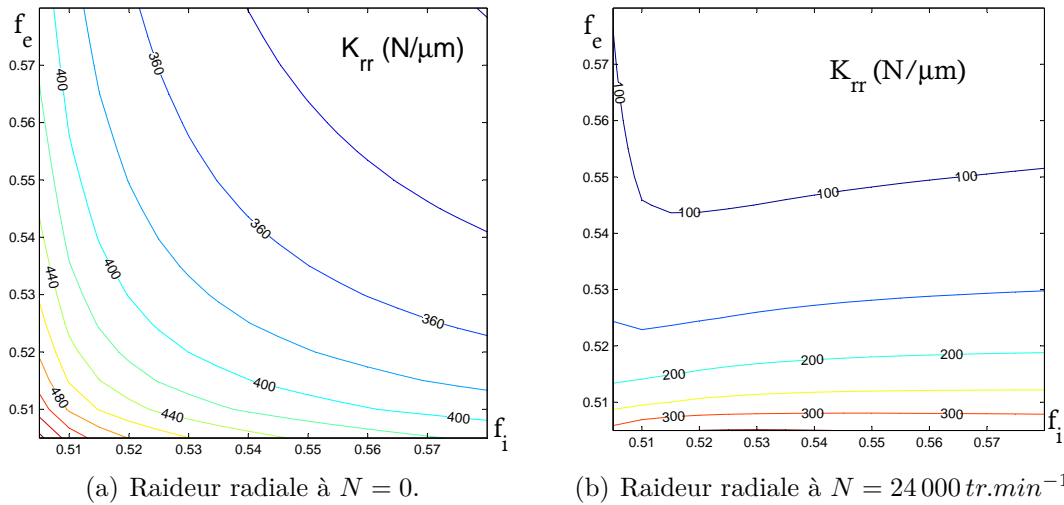


FIG. 3.3 – Raideur radiale K_{rr} en fonction des rayons de courbures.

Des résultats comparables sont obtenus pour la raideur axiale K_{aa} . La raideur augmente lorsque f_e tend vers 0,5 c'est à dire lorsque le rayon de courbure de la bague intérieure r_e se rapproche du rayon de la bille $D/2$. Ce résultat est logique puisque dans ce cas la surface de contact est plus importante et donc la déformation locale est plus faible pour le même effort.

En dynamique, la sensibilité de la raideur vis-à-vis des rayons de courbures est grande. En statique, les deux rayons de courbure ont des effets identiques. En dynamique, seul le rayon de courbure r_e est influant.

3.2 Vers des valeurs représentatives

Dans un premier temps, les rayons de courbures avaient été choisis arbitrairement à 30% de plus que le rayon de courbure des billes. En comparant avec le logiciel SECBA, un écart concernant les données est constaté (pour les valeurs de p_{max} , α , etc.). Pour une meilleure modélisation du comportement du roulement, il a été décidé de mesurer directement ces rayons.

Protocole expérimental

La mesure a été effectuée en collaboration avec Nicolas Houssais de l'entreprise SYNERVIA, dans le cadre du projet Usinae. La machine de mesure *Infinite Focus* de marque ALICONA est présente à l'IUT de Nantes. Cette machine d'acquisition optique permet de mesurer la topologie de l'objet. Un roulement VEX 70 a été démonté et les bagues tronçonnées par électro-érosion. Comme le montre la FIG. 3.4, une portion du roulement a été placée sous l'objectif afin d'acquérir la topologie de la bande de la piste. Le zoom utilisé est x10. La précision correspondante en vitesse rapide est de $2\mu m$.

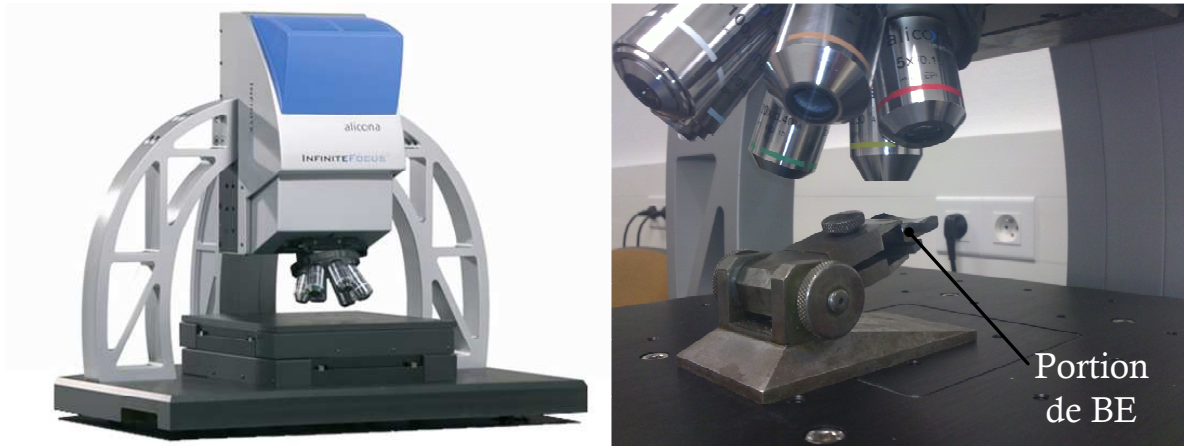


FIG. 3.4 – Dispositif de mesure des pistes.

Une fois la surface du chemin de roulement des billes sur la bague mesurée, des outils de post-traitement permettent d'extraire les informations nécessaires. Dans un premier temps, une interpolation par un cylindre a été effectuée sur l'ensemble des points mesurés (FIG. 3.5). L'interpolation de la portion du tors par un cylindre est possible car la bande mesurée est très étroite. Dans un second temps, une interpolation par un cercle est choisie. Les points interpolés se trouvent sur un plan perpendiculaire à l'axe du cylindre précédent. Les résultats sont sensiblement identiques. Les écarts avec l'interpolation confirment que la piste de roulement est bien de forme torique. Après post-traitement, la précision estimée de la valeur du rayon est d'environ $\pm 10 \mu\text{m}$: $r_i = 5,35 \text{ mm}$ et $r_e = 5,23 \text{ mm}$ soit $f_i = 0,562$ et $f_e = 0,549$.

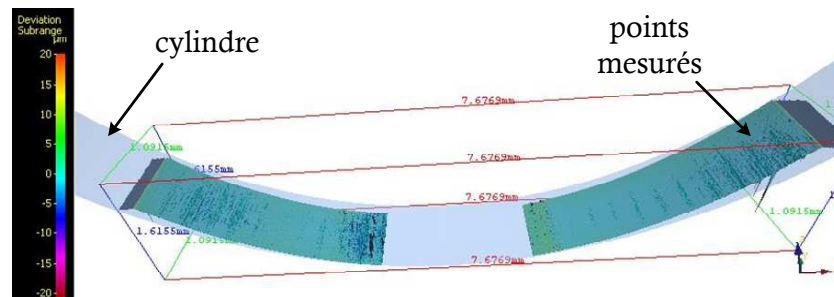


FIG. 3.5 – Interpolation par un cylindre des points mesurés sur le chemin de roulement.

De nouveaux résultats plus précis sont obtenus une fois ces valeurs réelles de rayon de courbure introduites dans les simulations numériques. Pour évaluer la pertinence des résultats, une nouvelle comparaison avec le logiciel Secba a été effectuée. Les données sont plus proches qu'avec les valeurs des rayons de courbures choisies arbitrairement. Une légère différence subsiste cependant pour les valeurs des angles (environ 20%).

Valeurs nominales

Vu l'importance de ces rayons de courbure, le roulement a été contacté afin de tenter d'obtenir les valeurs nominales de ces rayons de courbure. Il nous a gracieusement fourni, les valeurs nominales des rayons de courbure du VEX70. A titre informatif, les valeurs approximatives des rayons de courbure sont :

$$f_i = \frac{r_i}{D} \simeq 0,56 \quad \text{et} \quad f_e \simeq \frac{r_e}{D} = 0,54$$

Le rayon de courbure de la BE est inférieur à celui de la BI. Pourquoi ce choix propre aux roulements hautes-vitesses ?

A hautes-vitesses, la BE est plus chargée que la BI. Pour limiter la pression maximale sur la BE, il convient d'avoir une plus grande surface de contact. Pour cela, le rayon de courbure de la BE est diminué pour se rapprocher du rayon de courbure de la bille. La FIG. 3.6 expose la pression maximale sur chacune des bagues en fonction de la vitesse pour un roulement VEX70 chargé d'un effort F_a arbitraire de $1000N$.

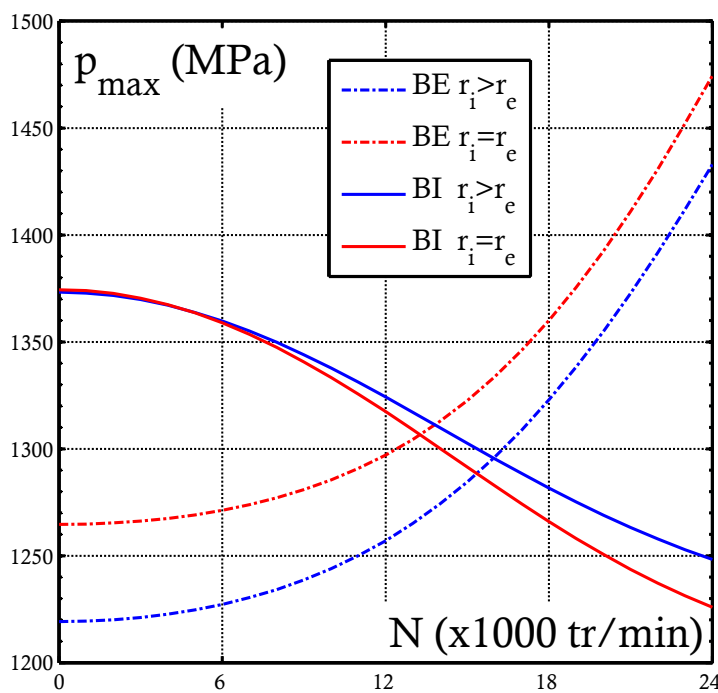


FIG. 3.6 – Influence de r_i et r_e sur les pressions de contact.

Deux cas sont envisagés : avec les valeurs nominales SNFA ($r_i > r_e$) et avec $r_i = r_e = r_{i,nominal}$. Ce graphique confirme le raisonnement ci-dessus. Le graphique montre également que pour des roulements fonctionnant à basses vitesses, des rayons de courbure égaux ne sont pas non plus adaptés pour des usures identiques sur les deux bagues. Pour cette raison, les rayons de ces roulements sont choisis tels que : $r_i > r_e$.

3.3 Sensibilités

Les valeurs des rayons de courbures nominales sont dorénavant connues. Selon le roulementier, l'intervalle de tolérance est de $1,5\%$. Les graphiques suivants permettent de quantifier la sensibilité des raideurs aux variations des rayons de courbure. Les valeurs nominales des rayons de courbures sont repérées par des points rouges.

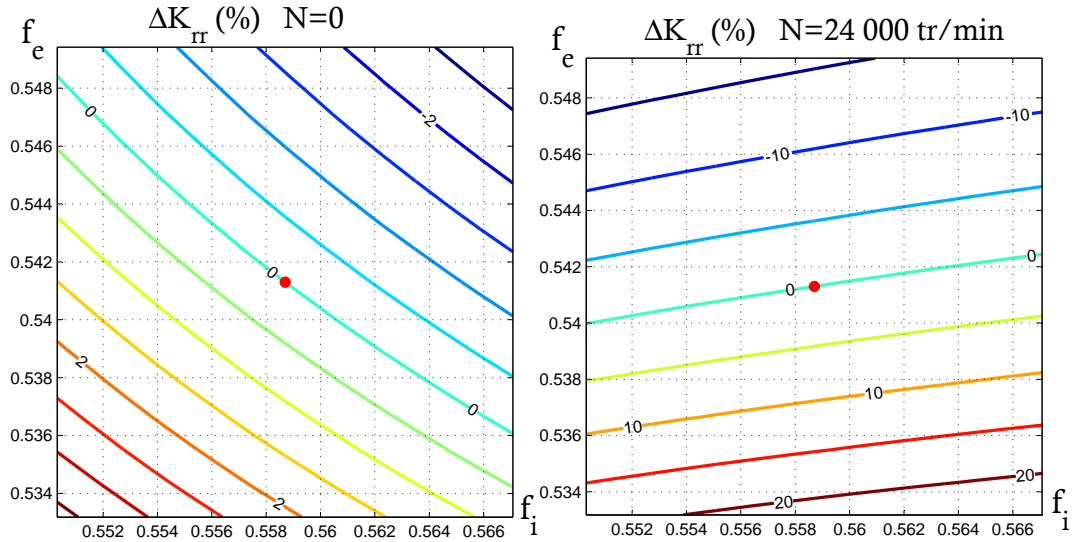


FIG. 3.7 – Influence des rayons de courbures sur la raideur radiale K_{rr} .

L'influence de la variation des rayons de courbure des bagues reste inférieure à $\pm 3,5\%$ sur la raideur radiale K_{rr} en statique. Par contre à $N = 24\,000\text{ tr/min}$, K_{rr} augmente jusqu'à 21% sous l'influence uniquement d'une variation du rayon de courbure extérieur r_e alors que l'influence de f_i reste négligeable. Les conclusions sont identiques pour la raideur axiale K_{aa} .

4 Angle de contact α

4.1 Problématique

La tolérance de fabrication de l'angle de contact d'un roulement VEX70 est $25^{\circ+3}_{-2}$. L'appairage permet de réduire cet intervalle de tolérance pour les roulements en tandem. Il convient tout de même d'évaluer l'impact des dispersions de fabrication sur le comportement du roulement. Cette étude permettra en outre de comprendre l'impact et l'importance de l'angle de contact sur la raideur du roulement.

Notation : la valeur nominale de l'angle de contact est notée α_0 : $\alpha_0 = 25^\circ$. L'angle de contact effectif avant chargement est noté α .

4.2 Résultats

Une résolution itérative a été réalisée pour le roulement VEX70 chargé axialement à $1\,220\text{ N}$ pour des vitesses de rotation allant de 0 tr/min à $24\,000\text{ tr/min}$.

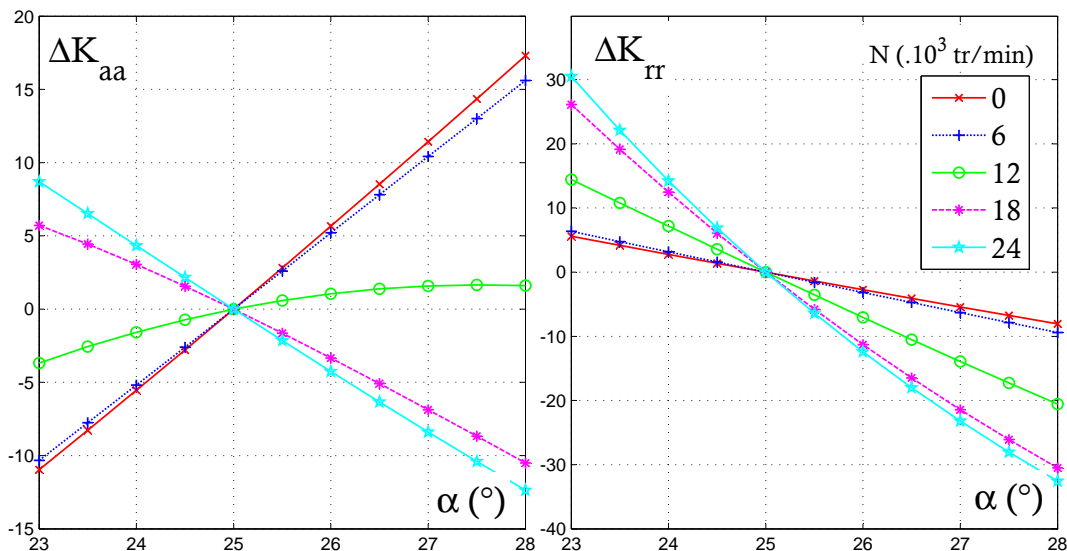


FIG. 3.8 – Evolution des raideurs K_{aa} et K_{rr} en fonction de l'angle de contact initial α .

Les raideurs évoluent de manière quasi-linéaire en fonction de l'angle de contact α . Quelle que soit la vitesse de rotation N , la raideur radiale K_{rr} diminue lorsque l'angle de contact initial α augmente. La raideur radiale K_{rr} a chuté de 8,0% et 31,6% respectivement à $N = 0$ et $N = 24\,000\text{ tr/min}$ pour $\alpha = 28^\circ$ et a augmenté de 5,6% et 30,9% respectivement à $N = 0$ et $N = 24\,000\text{ tr/min}$ pour $\alpha = 23^\circ$.

Pour de petites vitesses de rotations ($N < 15\,000\text{ tr/min}$), la raideur axiale K_{aa} augmente lorsque l'angle de contact initial α augmente (à $N=0$: +17,3% pour $\alpha = 28^\circ$ et -11,0% à $\alpha = 23^\circ$). Pour des vitesses importantes ($N > 15\,000\text{ tr/min}$), la raideur axiale K_{aa} diminue lorsque α augmente (à $N = 24\,000\text{ tr/min}$: -12,4% pour $\alpha = 28^\circ$ et +7,7% à $\alpha = 23^\circ$).

Conclusion : L'angle de contact initial α est un paramètre non négligeable, d'où l'intérêt de l'identifier sur les broches.

5 Diamètre orbital d_m

L'intervalle de tolérance supposé du diamètre orbital d_m est $\pm 30\ \mu\text{m}$. Cette variation de diamètre a potentiellement une influence sur les effets centrifuges et dynamiques. A-t-elle une influence sur la raideur du roulement ?

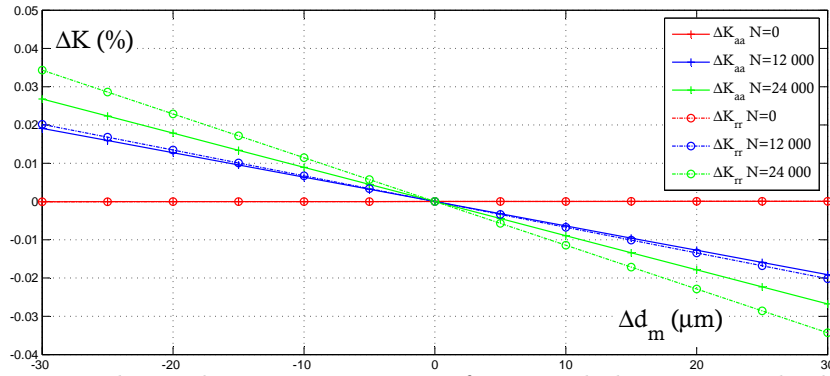


FIG. 3.9 – Variation des raideurs K_{aa} et K_{rr} en fonction de la variation du diamètre orbital d_m .

Les effets gyroscopiques et centrifuges augmentent avec le diamètre orbital d_m . Ainsi, la raideur diminue lorsque d_m augmente. Ces résultats sont cohérents avec la FIG. 3.1

Cependant, la variation des raideurs est inférieure à 0,04%. Le diamètre orbital est donc un paramètre négligeable sur les valeurs des raideurs.

6 Hypothèse de bague extérieure indéformable

Problématique

Le but de cette étude est d'évaluer la déformation de la bague extérieure du roulement. Cela permettra premièrement de valider une hypothèse dans la modélisation : hypothèse de bague rigide sauf au niveau des contacts. Deuxièmement, cela nous permettra d'évaluer si le jeu de montage résidant entre la bague extérieure et l'alésage de la cartouche est annulé lorsque le roulement est chargé.

Mise en place du problème

Considérons un roulement soumis à la précharge de 1 220 N et aux efforts centrifuges des bille tournant à 24 000 $tr.min^{-1}$. L'étude est réalisée avec une modélisation par éléments finis sous CATIA V5. Les conditions limites sont présentées sur la figure suivante :

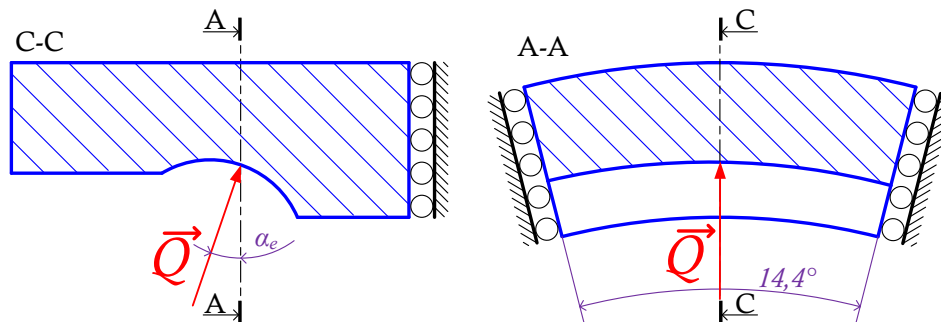


FIG. 3.10 – Conditions limites pour la BE.

Par soucis de minimisation du temps de calcul, uniquement 1/25^{ième} de la bague est

étudiée. En effet, le problème est à répétition circulaire sur toute la périphérie de la bague. Cette modélisation implique que les déplacements des sections tronquées de la bague soient fixés. Cette fixation se traduit par l'emploi de la contrainte de glissement surfacique sous CATIA V5.

Remarque : Par soucis de simplicité, l'effort local de la bille sur la bague a été appliqué sur un point uniquement. Cette modélisation ne reflète pas la réalité puisque la surface de contact bille/bague est une ellipse. Il serait possible de raffiner la condition limite en effort ([Louf et Poss, 2008]) mais ceci n'est pas nécessaire pour évaluer les déformations à l'échelle macroscopique de la bague.

Résultats

Les déplacements radiaux sont affichés sur la figure suivante :

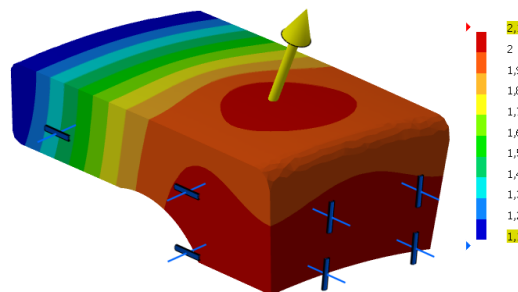


FIG. 3.11 – Déplacement radial de la BE sous charge (μm)

Deux lignes de la peau ont été discrétisées (FIG. 3.13). Les déplacements des nœuds proches de ces lignes sont tracés FIG. 3.12 :

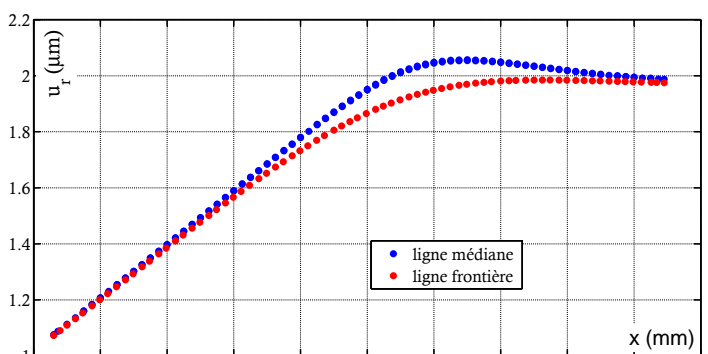


FIG. 3.12 – Déplacement radial des lignes discrétisées.

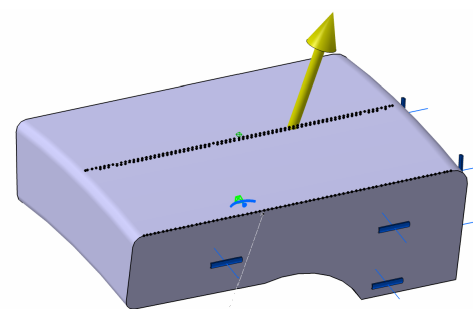


FIG. 3.13 – Discrétisation de lignes suivant l'axe du roulement.

Conclusion :

Les déformations de la peau de la bague extérieure du roulement sont de l'ordre du micron. La valeur de déformation reste inférieure au jeu radial entre la BE et la cartouche ($j_{AV} \simeq 5 \mu\text{m}$ cf. Annexe 2). L'hypothèse de l'extérieur de la BE libre est maintenue. La déformation macroscopique de la bague sera donc négligée pour l'étude du comportement du roulement.

7 Serrage et dilatations thermiques

Hormis au niveau de la zone de contact, la bague intérieure est susceptible de se déformer pour deux raisons :

- le serrage de la bague intérieure sur l'arbre ;
- la température de fonctionnement du rotor considérée pour cette analyse de sensibilité comme suit : $20^\circ < T_i < 80^\circ$;

7.1 Serrage

Mise en place du calcul

Une valeur du serrage a été choisie pour ce calcul : $s_{AV} = 20 \mu m$ (cf. Annexe 2). Cette valeur est prise en compte pour évaluer la déformation de la bague. Les intervalles de tolérances de l'arbre et des roulements ne sont pas pris en compte.

Simulation numérique

Une simulation numérique sous CATIA V5 a été effectuée. Un secteur de la bague intérieure est modélisé et l'arbre est supposé infiniment rigide par rapport à la bague (épaisseur d'environ 4 fois supérieure).

Grâce à une pièce virtuelle de contact, un déplacement est imposé sur tout l'alésage de la bague intérieure. Un post-traitement permet d'afficher uniquement le déplacement radial du maillage (FIG. 3.14)

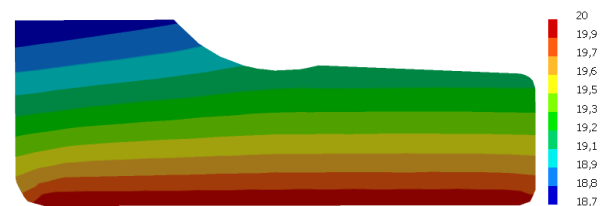


FIG. 3.14 – Déformation de la BI due au serrage (μm).

Le déplacement des nœuds est d'autant plus faible que les nœuds sont éloignés du lieu du contact arbre/BI. La valeur du déplacement est cependant proche de celle du serrage soit environ $19,0 \mu m$ sur le chemin de roulement.

7.2 Température

Motivation

La température a une influence non négligeable sur le comportement de la broche. La dilatation thermique de l'arbre est indéniable. Mais ces dilatations ont-elles une influence sur le comportement des roulements ? Les dilatations axiales sont compensées par des paliers à butées élastiques (cf. Chapitre 3 de [Noël, 2010]). Dans cette partie, uniquement les **dilatations radiales** sont abordées afin de déterminer la déformation de la bague intérieure due à la température.

Modélisation

L'acier a un coefficient de dilatation thermique $\lambda_{acier} = 11.7 \mu m/deg/m$. Par définition les dimensions et tolérances sont définies pour une température de référence de $20^\circ C$ (norme ISO 1).

La FIG. 3.15 illustre la déformation radiale de la BI soumise uniquement à une température de $80^\circ C$.

Ainsi, le déplacement radial u_r d'un point M de la bague soumise uniquement à un champ de température uniforme T par rapport à position radiale de référence r_M est :

$$u_r = \lambda_{acier}(T - 20)r_M \quad (3.2)$$

Ainsi, le déplacement radiale d'un point du chemin de roulement est d'environ $28,6 \mu m$ à 80° .

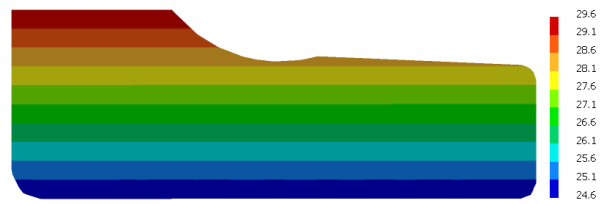


FIG. 3.15 – Déformation radiale de la BI due à la température (μm).

7.3 Synthèse

En supposant que les coefficients de dilatation de l'arbre et de la bague soient identiques (car de matériau très proches), la valeur du serrage est indépendante de la température. Les déplacements des points de la bague sont une somme résultant des deux cas de chargement pris indépendamment comme le confirme la FIG. 3.16 soient $47,6 \mu m$

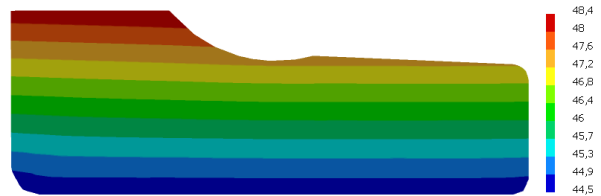


FIG. 3.16 – Déformation radiale due au serrage et à la température (μm).

Sur la bague extérieure, seule la dilatation thermique est prise en compte, la bague étant montée avec du jeu dans la cartouche. Les dilatations thermiques sur la BE sont plus faibles puisque la température du corps de broche est plus faible du fait de la présence du circuit de refroidissement de la broche. Les déplacements radiaux des chemins de roulement des bagues u_{ir} et u_{er} doivent être exprimés en fonction des températures T_i et T_e respectivement températures de la BI et de la BE à partir des résultats précédents.

Bague intérieure

$$u_{ir} = \frac{\lambda_{acier}}{2}(T_i - 20)(d_{m0} - D \cos \alpha_0) + 0,93s \quad (3.3)$$

Bague extérieure

$$u_{er} = \frac{\lambda_{acier}}{2} (T_e - 20)(d_{m0} + D \cos \alpha_0) \quad (3.4)$$

Remarques :

- Les bagues étant déformées, la topologie du contact est différente. Dans un souci de simplicité, les déformations des bandes de roulements des bagues sont considérées négligeables. Les déformations de la bagues sont modélisées comme une translation de la section des valeurs respectives u_{ir} et u_{er} .
- La dilatation axiale de la bague n'a pas été prise en compte puisqu'elle est négligeable face à la dilatation radiale.
- La valeur du rayon prise en compte pour calculer l'expansion thermique radiale correspond au lieu du contact pour le roulement non chargé.
- La prise en compte du serrage est effectuée au travers du terme 0,93s qui a été déterminée en analysant les résultats de la FIG. 3.14.
- Cette approximation des déplacements peut paraître grossière mais une expression plus fine des déplacements n'a pas d'intérêt compte tenu de la plage d'incertitude des températures (principalement celle du rotor T_i).

7.4 Intégration dans les simulations

Modélisation

L'angle α et le diamètre orbitale de la bille d_m sont les deux paramètres permettant de prendre en compte cette déformation en compte. Le calcul géométrique suivant permet d'exprimer ces paramètres en fonction de u_{ir} et u_{er} .

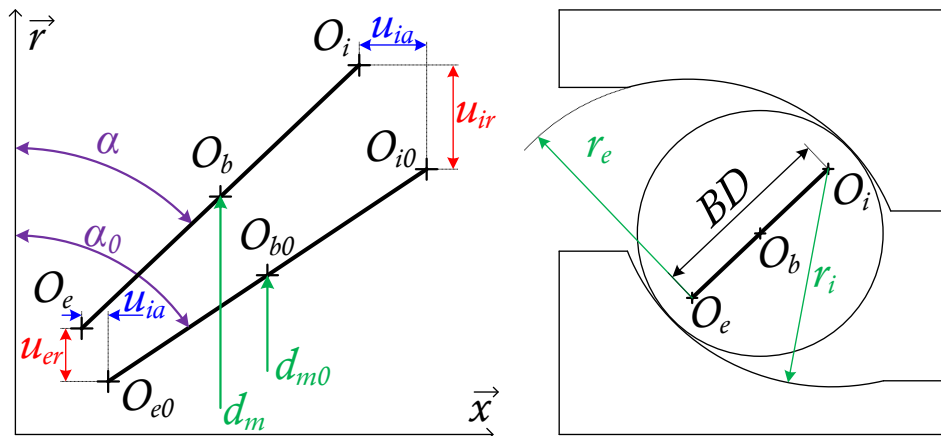


FIG. 3.17 – Prise en compte des déformations des bague : calcul de α et d_m

$$\overrightarrow{O_e O_i} = \overrightarrow{O_e O_{e0}} + \overrightarrow{O_{e0} O_{i0}} + \overrightarrow{O_{i0} O_i} \quad (3.5)$$

D'où en projetant radialement :

$$BD \cos \alpha = -u_{er} + BD \cos \alpha_0 + u_{ir} \quad (3.6)$$

Finalement,

$$\alpha = \arccos \left[\cos \alpha_0 + \frac{1}{BD} (u_{ir} - u_{er}) \right] \quad (3.7)$$

La moitié de la variation de d_m est la moyenne entre u_{ir} et u_{er} :

$$\frac{d_m - d_{m0}}{2} = \frac{1}{2} (u_{ir} + u_{er}) \quad (3.8)$$

$$d_m = d_{m0} + u_{ir} + u_{er} \quad (3.9)$$

Évolution de α

Les plages d'évolution des températures de l'arbre et du cartouche de la broche ont été estimées pour quantifier les variations de d_m et α . Les plages retenues sont : $20^\circ\text{C} < T_i < 80^\circ\text{C}$ et $20^\circ\text{C} < T_e < 40^\circ\text{C}$.

Les FIG. 3.18 et FIG. 3.19 montrent l'évolution de l'angle de contact initial en fonction des températures T_i et T_e sans serrage et avec serrage ($s_{AV} = 20 \mu\text{m}$).

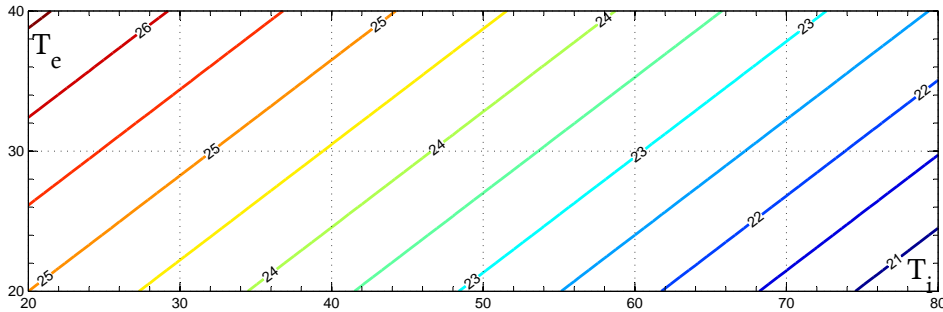


FIG. 3.18 - $\alpha = f(T_i, T_e)$ sans prise en compte du serrage de la BL.

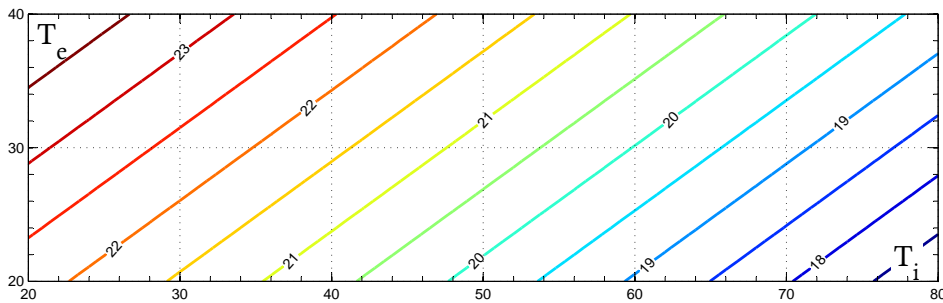


FIG. 3.19 - $\alpha = f(T_i, T_e)$ avec prise en compte du serrage de la BL.

L'angle α augmente quand T_e augmente et diminue quand T_i augmente. Comme dans la pratique, $T_i > T_e$, α tend à diminuer. Le serrage et la température ont tous

deux un effet d'expansion radiale de la BI ; α est donc effectivement plus petit avec un serrage de la BI. Pour un nominal de 25° , α chute à $22,3^\circ$ à $20^\circ C$ à cause du serrage et diminue à $19,8^\circ C$ sur broche chaude. La température et le serrage ne sont donc pas des facteurs négligeables.

Évolution de d_m

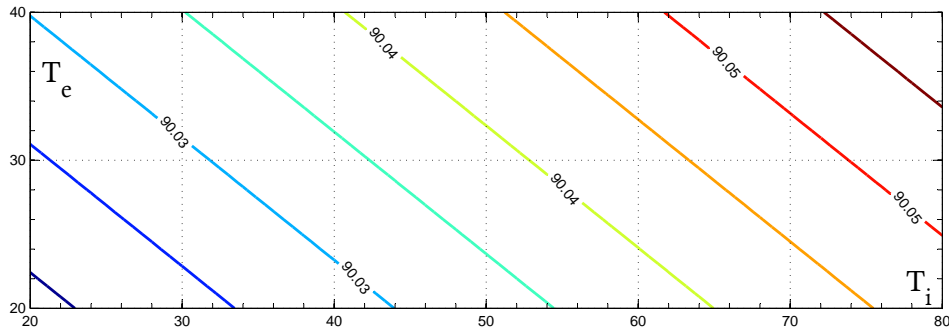


FIG. 3.20 – $d_m = f(T_i, T_e)$.

Le diamètre orbital d_m augmente avec la température. C'est une somme des fonctions affines des déplacements radiaux et par conséquent des températures. Dans la plage de température choisie, d_m augmente de $59 \mu m$ ce qui représente une augmentation maximale de $0,065\%$ de la valeur de d_m .

Conclusion

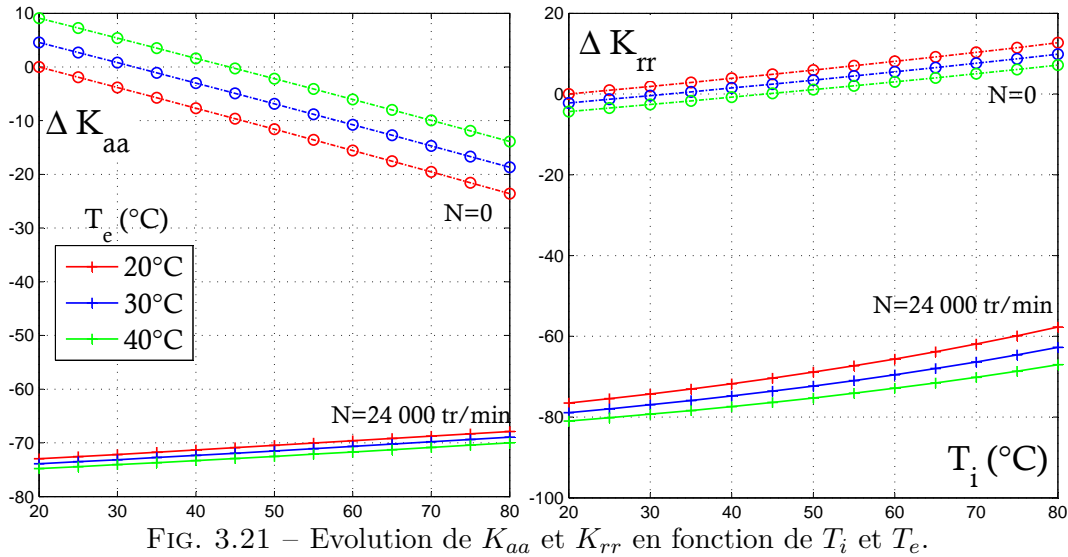
La variation de α due à la température est importante vis-à-vis du comportement du roulement (cf. partie 4). La variation de d_m reste négligeable (cf. partie 5).

L'influence du serrage de la BI s sur d_m et α est similaire à une augmentation de la température de la BI du roulement T_i (voir équations précédentes). Les ordres de grandeurs sont identiques. Le paragraphe suivant mettra en valeur la variation des raideurs en fonction des températures et du serrage.

7.5 Évolution des raideurs

Influence de la température

Les figures ci-dessous sont des tracés de l'évolution des raideurs K_{aa} et K_{rr} en fonction de la température du rotor T_i et de la température de la cartouche T_e . Les états de références de K_{aa} et K_{rr} correspondent à la broche froide arrêtée.



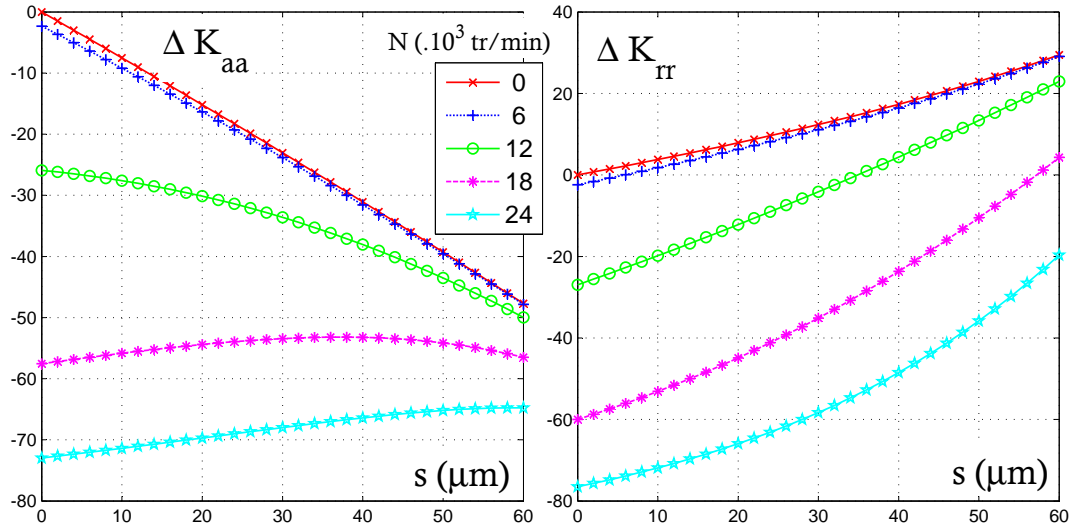
Ces résultats sont cohérents avec les tracés précédents (FIG. 3.8 et FIG. 3.19). La raideur axiale K_{aa} augmente avec la température pour des vitesses importantes ($N > 15\,000\text{ tr/min}$). Pour une température du cartouche $T_e = 40^\circ$, K_{aa} chute de $+1,6\%$ à $-13,9\%$ entre $T_i = 40^\circ$ et $T_i = 80^\circ$ pour $N = 0$. La raideur K_{aa} diminue avec la température pour des vitesses petites ($N < 15\,000\text{ tr/min}$) : à $N = 24\,000\text{ tr/min}$, K_{aa} augmente de $-70,0\%$ à $-73,3\%$ entre les mêmes valeurs de températures T_i et T_e .

Quelle que soit la vitesse de rotation N , la raideur radiale K_{rr} augmente avec la température. Pour une température $T_e = 40^\circ$, K_{rr} augmente de $-0,9\%$ à $+7,2\%$ entre $T_i = 40^\circ$ et $T_i = 80^\circ$ pour $N = 0$. A $N = 24\,000\text{ tr/min}$, K_{rr} augmente de $-77,4\%$ à $-67,1\%$ entre les mêmes valeurs de températures T_i et T_e .

La température est donc un paramètre fondamental à prendre en compte pour les simulations numériques. Ce résultat confirme l'intérêt de respecter les chauffes préconisées par les fabricants de broches avant d'usiner.

Influence du serrage

Les figures ci-dessous sont des tracés de l'évolution des raideurs K_{aa} et K_{rr} en fonction du serrage de la bague intérieure sur l'arbre s . Les états de références de K_{aa} et K_{rr} correspondent à un serrage nul et $N = 0\text{ tr/min}$. La plage de valeurs du serrage a été choisie volontairement grande. Cela permettra de comprendre l'influence du serrage sur les raideurs dans une problématique de choix des ajustements. La valeur préconisée par SNFA est $20\ \mu\text{m}$


 FIG. 3.22 – Evolution de K_{aa} et K_{rr} en fonction du serrage de la bague intérieure.

Le serrage diminue la raideur axiale K_{aa} pour les petites vitesses de rotation ($-15,2\%$ pour $s = 20 \mu m$ à $N = 0$). K_{aa} augmente pour les vitesses de rotation élevées (de $-73,0\%$ à $-69,7\%$ pour $s = 20 \mu m$ à $N = 24\,000$ tr/min).

Le serrage de la bague intérieure permet d'augmenter la raideur radiale K_{rr} . Cette augmentation de raideur est importante. Pour $s = 20 \mu m$, elle représente une augmentation de $7,9\%$ à $N = 0$ et un passage de $-76,5\%$ à $-65,9\%$ à $N = 24\,000$ tr/min .

Ces évolutions de raideurs s'expliquent par une diminution de l'angle de contact initial α (FIG. 3.8). Les équations (EQN. (3.7)) et (EQN. (3.3)) confirment cette affirmation.

Synthèse - digramme de Campbell

Afin de comprendre l'évolution des raideurs dans le cas réel, les diagrammes de Campbell traçant les raideurs en fonctions de la vitesse de rotation N et la température du stator T_i . L'état de référence est pris tel que le serrage soit nul, la broche soit froide et arrêtée. La valeur du serrage pour cette simulation est $s = 20 \mu m$.

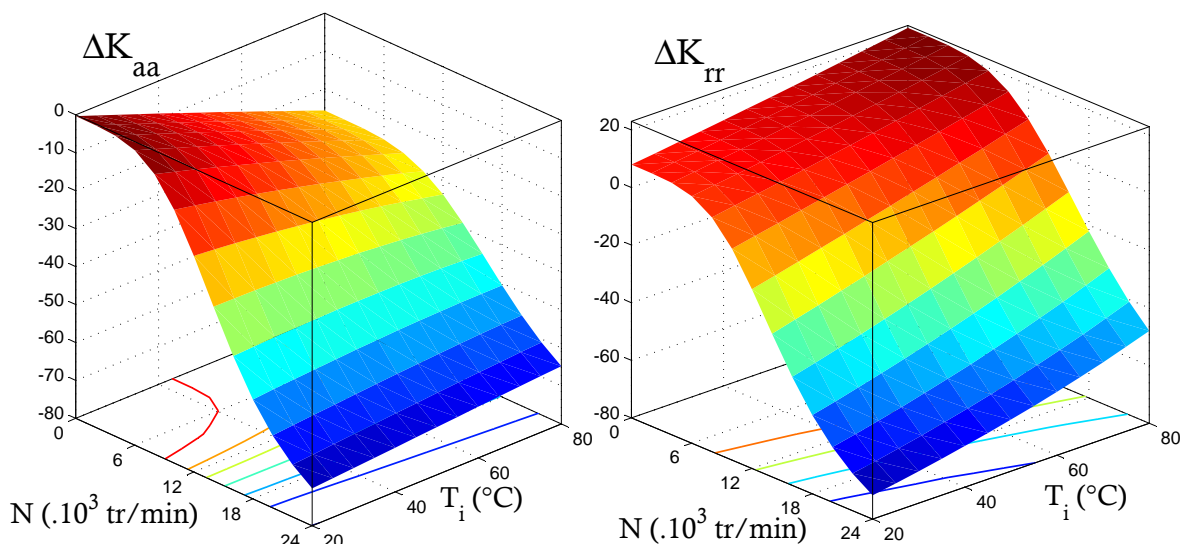


FIG. 3.23 – Diagrammes de CAMPBELL : $(K_{aa}, K_{rr}) = f(N, T_i)$.

La perte de rigidité est moins importante que prévu précédemment (cf. FIG. 3.1). Ceci est dû à l'enrichissement de la modélisation par le serrage la bague intérieure s et les températures T_i et T_e .

8 Synthèse des résultats

Les tableaux qui suivent récapitulent les résultats obtenus par l'analyse de sensibilité. Comme établi en partie 6, la déformation macroscopique de la bague extérieure est négligeable et n'influe pas sur les raideurs. Les autres paramètres testés sont regroupés en trois catégories :

- Les **paramètres géométriques** étudiés sont l'angle de contact initial α , le diamètre orbital d_m et les rayons de courbure des pistes de roulement r_i et r_e . Pour chacun de ces cas, la référence est prise aux *valeurs nominales* et aux *vitesse de rotation considérées* (0 et 24 000 *tr/min*).

Paramètres géométriques		Angle de contact initial		Diamètre orbital (mm)	
		$\alpha_0 = 25^\circ$		$d_{m0} = 90$	
$\Delta K(\%)$	$N(tr/min)$	$\alpha = 23^\circ$	$\alpha = 28^\circ$	$d_m = 87,97$	$d_m = 90,03$
ΔK_{aa}	0	-11,0	17,3	0,000	0,000
	24 000	7,7	-12,4	0,027	-0,027
ΔK_{rr}	0	5,6	-8,0	0,000	0,000
	24 000	30,9	-31,6	0,034	-0,034

Seul le diamètre orbital n'est pas influant sur les raideurs. Ces résultats soulignent la dispersion possible entre deux roulements puisque les intervalles de tolérance des grandeurs géométriques ne sont pas négligeables vis-à-vis du comportement du roulement.

- Les **paramètres de fonctionnement** sont les températures T_i et T_e et la vitesse de rotation N . Ce sont des paramètres variant au cours de l'utilisation du roulement. L'état de référence est fixé à la statique ($N = 0$) et aux conditions de température de référence : $(T_i, T_e) = (20^\circ C, 20^\circ C)$.

Paramètres de fonctionnement		Effets vitesse uniquement		Température $T_e = 40^\circ C$	
$\Delta K(\%)$	$N(tr/min)$	sans gyro	avec gyro	$T_i = 40^\circ$	$T_i = 80^\circ$
ΔK_{aa}	0	0	0	1,6	-13,9
	24 000	-73,0	-79,1	-73,7	-70,0
ΔK_{rr}	0	0	0	-0,9	7,2
	24 000	-76,5	-83,3	-77,4	-67,1

La vitesse de rotation fait chuter de manière très importante les raideurs. L'effet gyroscopique n'est pas négligeable. Néanmoins, il n'est pas considéré dans le reste de sensibilité, de façon à ne pas alourdir excessivement le temps de calcul. Les températures sont des paramètres d'entrée très importants pour le modèle. La connaissance précise de leurs valeurs sera une nécessité pour assurer la validité du modèle.

- Les **choix de conception** abordés concernent la précharge P_r et la valeur s du serrage de la bague intérieure sur l'arbre. L'état de référence correspond à la statique avec un serrage nul.

Choix de conception		Référence	Précharge (N)		Serrage BI (μm)	
$\Delta K(\%)$	$N(tr/min)$		$P_{r0} = 1\ 220$		s	
			$P_r = 500$	$P_r = 2\ 000$	$s = 20$	$s = 60$
ΔK_{aa}	0	0	-27,1	20,2	-15,2	-47,7
	24 000	-73,0	-90,0	-42,9	-69,7	-65,0
ΔK_{rr}	0	0	-25,3	16,1	7,9	29,5
	24 000	-76,5	-93,4	-48,7	-65,9	-19,6

Le serrage et la précharge sont des paramètres déterminant pour les raideurs. Des valeurs élevées de ces paramètres peuvent paraître une bonne solution pour obtenir une raideur radiale importante. Seulement, une augmentation de ces deux paramètres s'effectue au détriment de la durée de vie des roulements et de la raideur axiale à basses vitesses de rotation. Un compromis est nécessaire.

Vers une identification expérimentale

Les mesures vibratoires font apparaître les fréquences caractéristiques des roulements. L'évolution de ces fréquences décrit des phénomènes mécaniques intervenant dans les roulements. En particulier, l'objectif est de pouvoir identifier directement les angles de contact α_i et α_e à partir de ces fréquences. Nous pourrions ainsi remonter aux raideurs de la broche puisqu'elles sont directement liées à ces angles de contact.

Cette étude a été réalisée avec l'**hypothèse de roulement sans glissement** des billes sur les bagues. Cette hypothèse permet une première approche de cette identification. Les formules sont relativement simples et aboutissent rapidement à une première comparaison avec des résultats expérimentaux.

1 Recherche des relations des fréquences

Cette partie vise à établir les équations des fréquences caractéristiques des roulements dans le cas de roulements à billes à contacts obliques. Les formules sont classiques dans le cas statique en considérant un seul angle de contact α . Elles restent à établir dans le cas α_i et $\alpha_e \neq \alpha$.

Hypothèses :

- angles de contact différents puisque les fréquences sont étudiées à des vitesses de rotation importantes : $\alpha_e \neq \alpha_i$;
- déformations locales négligeables devant les dimensions des solides ;
- billes roulant sans glisser sur les bagues ;
- vitesses de rotation orbitales ω_{Oj} de chaque bille j identiques entre elles et égales à la vitesse de rotation de la cage ω_c , puisque l'identification s'effectue en chargement à vide.

Les fréquences caractéristiques varient de manière linéaire avec la fréquence de rotation. Par abus de langage, les fréquences caractéristiques sont souvent données sans unités. Dans ce cas, il s'agit du ratio avec $\omega/2\pi$. Pour la compréhension de cette partie, il est nécessaire de prêter attention à la présence ou non du sigle Hz .

1.1 Les relations de vitesses

Considérant qu'il y a roulement sans glissement entre les billes et les bagues du roulement, un modèle de train épicycloïdal de type I est utilisé (FIG. 4.1).

- La Bague Intérieure (BI) est le planétaire.
- La Bague Extérieure (BE) est le bâti.
- La bille est le satellite.
- La cage est le porte satellite.

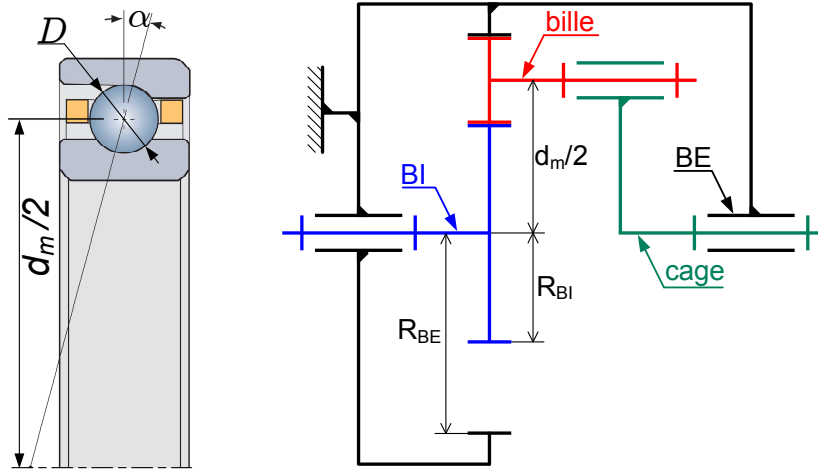


FIG. 4.1 – Modèle de train épicycloïdal utilisé.

Relation de WILLIS :

$$\frac{\omega_{BE} - \omega_c}{\omega_{BI} - \omega_c} = -\frac{R_{BI}}{R_{BE}} \quad (4.1)$$

Avec les positions radiales des chemins de roulement des billes :

$$\begin{cases} 2R_{BI} = d_m - D \cos \alpha_i \\ 2R_{BE} = d_m + D \cos \alpha_e \end{cases}$$

Or $\omega_{BE} = 0$ et $\omega_{BI} = \omega$

$$(1.1) \quad \Rightarrow \quad \omega = \omega_c \left(\frac{R_{BE}}{R_{BI}} + 1 \right) \quad (4.2)$$

$$\Rightarrow \quad \omega_c = \omega \frac{d_m - D \cos \alpha_i}{2d_m + D(\cos \alpha_e - \cos \alpha_i)} \quad (4.3)$$

1.2 FTF, Fréquence de rotation de la cage

La fréquence de rotation de la cage FTF (*Fundamental Train Frequency*) est directement donnée par le ratio des vitesses de rotation $2\pi\omega_c/\omega$: $FTF = \frac{\omega_c}{2\pi}$

D'où :

$$(4.3) \quad \Rightarrow \quad FTF = \frac{d_m - D \cos \alpha_i}{2d_m + D(\cos \alpha_e - \cos \alpha_i)} \quad (4.4)$$

Pour des vitesses de rotations faibles, $\alpha_i \approx \alpha_e \approx \alpha_0$ on retrouve bien la formule classique :

$$FTF_0 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{D}{d_m} \cos \alpha_0 \right) \quad (4.5)$$

1.3 BPFO, Fréquence de passage des billes sur la BE

Pour un tour de la cage, n'importe quel point du chemin de roulement de la BE a subi le passage des z billes du roulement. Ainsi la BPFO (*Ball Pass Frequency Outer race*) est : $BPFO = z FTF$

$$(4.3) \quad \Rightarrow \quad \boxed{BPFO = z \frac{d_m - D \cos \alpha_i}{2d_m + D(\cos \alpha_e - \cos \alpha_i)}} \quad (4.6)$$

Si les angles de contact varient peu, on retrouve également :

$$BPFO_0 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{D}{d_m} \cos \alpha_0 \right) \quad (4.7)$$

1.4 BPFi, Fréquence de passage des billes sur la BI

La BPFi (*Ball Pass Frequency Inner race*) est directement liée à la vitesse de rotation relative de la BI par rapport la cage :

$$\frac{2\pi}{\omega} BPFi = z (\omega - \omega_c) \quad (4.8)$$

$$\Rightarrow \quad BPFi = z \left(1 - \frac{d_m - D \cos \alpha_i}{2d_m + D(\cos \alpha_e - \cos \alpha_i)} \right) \quad (4.9)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{BPFi = z \frac{d_m + D \cos \alpha_e}{2d_m + D(\cos \alpha_e - \cos \alpha_i)}} \quad (4.10)$$

Si les angles de contact varient peu, EQN. (4.10) peut être approximée par :

$$BPFi_0 = \frac{z}{2\pi} \left(1 + \frac{D}{d_m} \cos \alpha_0 \right) \quad (4.11)$$

1.5 BSF, Fréquence de rotation de la bille sur son axe propre

En supposant le roulement sans glissement au contact de la bille sur la bague extérieure, il vient :

$$\omega_c R_{BE} = \omega_b \frac{D}{2} \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad \omega_b &= \frac{\omega_c}{D} (d_m + D \cos \alpha_e) \\ &= \frac{\omega}{D} \frac{(d_m + D \cos \alpha_e)(d_m - D \cos \alpha_i)}{2d_m + D(\cos \alpha_e - \cos \alpha_i)} \end{aligned} \quad (4.13)$$

D'où la formule de BSF (*Ball Spin Frequency*) :

$$\boxed{BSF = \frac{1}{D} \frac{(d_m + D \cos \alpha_e)(d_m - D \cos \alpha_i)}{2d_m + D(\cos \alpha_e - \cos \alpha_i)}} \quad (4.14)$$

Si les angles de contact varient peu, EQN. (4.14) peut être approximée par :

$$BSF_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{d_m}{D} - \frac{D}{d_m} \cos^2 \alpha_0 \right) \quad (4.15)$$

Remarque : la fréquence de rotation de la bille est donnée par la présence de défauts sur la bille. Comme la bille a deux points de contact, la fréquence mesurée en analyse vibratoire est la fréquence $2.BSF$.

1.6 Lien avec les angles de contact

Utilisation de BPFO et BPF1

Ces deux fréquences caractéristiques sont facilement identifiables car leurs pics sur la FFT sont francs. Cherchons à inverser le système suivant :

$$\begin{cases} BPF1 = z \frac{d_m + D \cos \alpha_e}{2d_m + D(\cos \alpha_e - \cos \alpha_i)} \\ BPF0 = z \frac{d_m - D \cos \alpha_i}{2d_m + D(\cos \alpha_e - \cos \alpha_i)} \end{cases} \quad (4.16)$$

En observant plus en détails ces relations, le lecteur remarque qu'elles sont liées. Ce n'est pas un système de deux équations indépendantes et deux inconnues.

Remarque : il convient de noter que quelque soit la valeur des angles α_i et α_e ,

$$\boxed{BPF0 + BPF1 = z} \quad (4.17)$$

Cette relation est importante puisque elle implique une symétrie des pics de BPF1 et BPF0 sur le tracé de la FFT. Cela pourra aussi permettre de réduire l'incertitude de mesure de ces fréquences. Seulement, cela rend impossible l'identification de α_i et α_e à

partir des seuls BPFi et BPFO. Il faut donc une information supplémentaire.

Utilisation de BSF avec BPFi ou BPFO

La fréquence de rotation propre de la bille BSF peut, elle-aussi, être utilisée pour identifier les angles de contact. Le pic caractéristique sur le tracé de la FFT est cependant moins franc ce qui complique son utilisation. Sur la FFT, la fréquence $2.BSF$ sera identifiée.

Cherchons à obtenir les angles de contact à partir de BPFi et BSF :

$$\begin{cases} BPFi = z \frac{d_m + D \cos \alpha_e}{2d_m + D(\cos \alpha_e - \cos \alpha_i)} \\ BSF = \frac{1}{D} \frac{(d_m + D \cos \alpha_e)(d_m - D \cos \alpha_i)}{2d_m + D(\cos \alpha_e - \cos \alpha_i)} \end{cases} \quad (4.18)$$

L'inversion de ce système donne :

$$\begin{cases} \cos \alpha_i = \frac{d_m}{D} - \frac{z.BSF}{BPFi} \\ \cos \alpha_e = \frac{z.BSF}{z - BPFi} - \frac{d_m}{D} \end{cases} \quad (4.19)$$

De la même manière, les angles de contact s'expriment à partir de BSF et BPFO :

$$\begin{cases} \cos \alpha_i = \frac{d_m}{D} + \frac{z.BSF}{z - BPFO} \\ \cos \alpha_e = \frac{z.BSF}{BPFO} - \frac{d_m}{D} \end{cases} \quad (4.20)$$

1.7 Conclusion

Ces formules négligent les déformations des éléments (augmentation de d_m et diminution de D). Une vérification de cette hypothèse pourra être envisagée.

Cette identification n'a en théorie de sens qu'en chargement axial pur puisque pour un cas de chargement combiné, les angles de contact sont différents pour chacune des billes (cf. FIG. 2.12).

Ces fréquences caractéristiques sont différentes pour chaque roulement puisque chaque roulement est chargé différemment et/ou a des dimensions nominales différentes. Chacun des roulements peut ainsi être caractérisé et suivi. En outre, les effets de la vitesse de rotation et de la thermique peuvent être analysés.

2 Résultats théoriques

Evolution des fréquences en fonction de la vitesse de rotation

Les tracés suivants montrent l'évolution des fréquences caractéristiques (valeurs adimensionnelles) attendue au vu des nouvelles formulations des fréquences. Pour information, concernant le roulement VEX70, $BPFI \simeq 13,7$. $BPFI$ évolue symétriquement à $BPFO$ (cf. EQN. (4.17)).

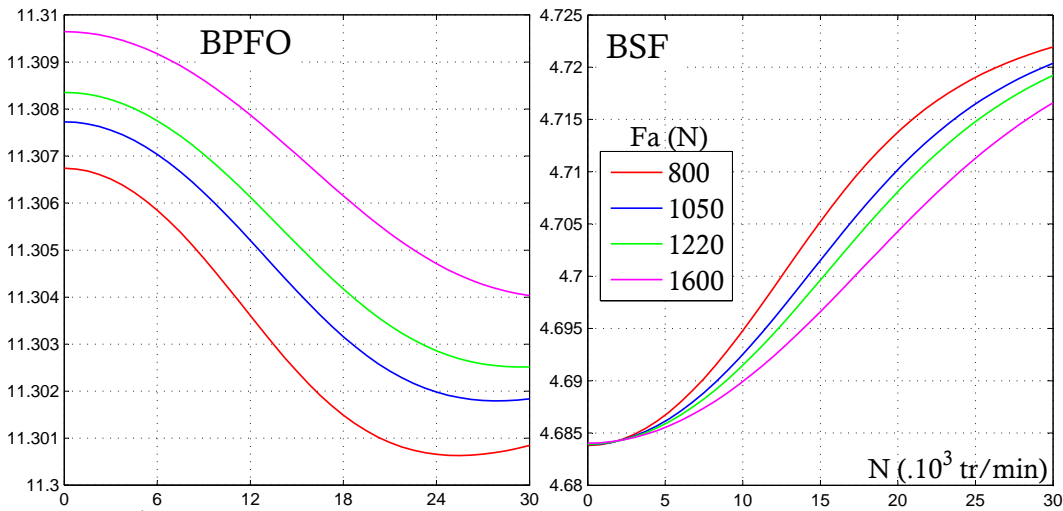


FIG. 4.2 – Évolution des fréquences caractéristiques des roulements en fonction de N .

$BPFO$ diminue avec la vitesse de rotation. L'évolution correspondante de la fréquence $BPFO$ entre 0 et $24\,000\text{ tr/min}$ est d'environ -2 Hz , indépendamment de la précharge. BSF augmente avec la vitesse de rotation. La précharge a peu d'importance sur sa valeur à de petites fréquences de rotation. L'évolution correspondante de la fréquence BSF entre 0 et $24\,000\text{ tr/min}$ est d'environ $+9\text{ Hz}$ à $+13\text{ Hz}$ en fonction de la précharge appliquée au roulement.

Évolution des fréquences en fonction de la température

Les tracés suivants exposent les fréquences caractéristiques en fonction de la température du rotor T_i et de la vitesse de rotation N . La température du stator T_e a été fixée arbitrairement à $T_e = 40^\circ\text{C}$. Cette température correspond à l'état de la broche après le cycle de chauffe.

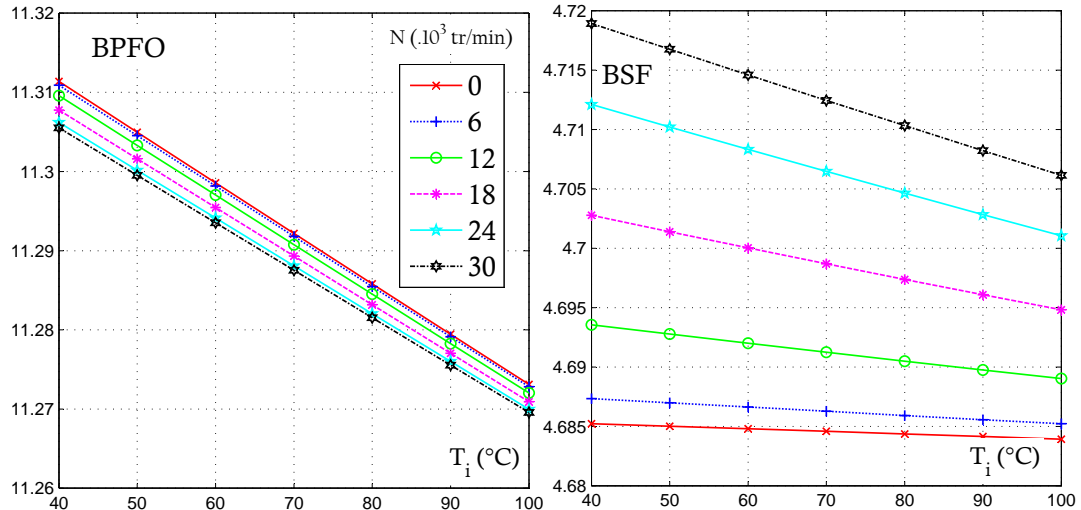


FIG. 4.3 – Évolution des fréquences caractéristiques des roulements en fonction de T_i .

BPFO et *BSF* diminuent avec température du rotor T_i . L'évolution correspondante de la fréquence *BPFO* entre les états $(T_i, N) = (40^\circ, 0, 24\,000\text{ tr/min})$ et $(T_i, N) = (70^\circ\text{C}, 24\,000\text{ tr/min})$ est d'environ $-6,6\text{ Hz}$. L'évolution correspondante de la fréquence *BSF* entre ces deux mêmes états est de : $-4,2\text{ Hz}$. Il convient de remarquer aussi que les fréquences *BPFO* et *BSF* sont plus sensibles à l'évolution de température qu'à la montée en vitesse.

3 Comparaison

Cette piste d'étude n'en est qu'au commencement. Les données expérimentales actuellement disponibles ne permettent que de présager des ordres de grandeurs concernant les variations des fréquences. Grâce à ses travaux préliminaires, CÔME DE CASTELBAJAC estime une variation de l'ordre de 5 Hz pour l'influence uniquement de la vitesse de rotation sur les *BPFO* à $24\,000\text{ tr/min}$ et de 20 Hz pour l'influence de la température sur cette fréquence.

Les résultats sont encourageants puisque, malgré l'hypothèse simplificatrice de roulement sans glissement, les ordres de grandeurs sont similaires. La prochaine étape consiste à affiner cette hypothèse de glissement entre les billes et les bagues puisqu'elle joue un rôle primordial pour la cinématique du roulement. Vu l'importance des températures sur les fréquences, il sera décisif de mesurer avec précision les températures du rotor et du stator. La température du rotor n'est pas facilement mesurable mais elle pourra être estimée plus précisément en observant les déplacements axiaux du palier arrière, synonymes entre autres de la différence de température entre rotor et stator.

Conclusions et perspectives

Conclusions

Le premier chapitre présente la mise au point d'un modèle de comportement dynamique du roulement. A partir de relations géométriques et d'équilibres locaux et globaux, un système d'équations a été établi. La méthode de résolution a été discutée puis un programme a été réalisé. Différents modèles ont été abordés : à 1, 2 puis 3 degrés de liberté. Ces premiers résultats ont permis de comprendre l'évolution des grandeurs locales (pressions maximales, angles de contact, etc.) et globales (déflexion axiale par exemple) en fonction des principaux paramètres d'entrée de la résolution, en particulier la précharge et la vitesse de rotation. Ces résultats numériques ont alors été validés grâce au logiciel SECBA et aux résultats d'un ouvrage faisant référence en la matière.

Le second chapitre a permis d'analyser la sensibilité des paramètres d'entrée du problème sur les raideurs axiale et radiale du roulement. Les paramètres d'entrée sont : géométriques (angle de contact initial, rayons de courbure des bagues et diamètre orbital des billes), des grandeurs déterminées en phase de conception (précharge et ajustements de la bague intérieure) ou encore des paramètres variant avec les conditions d'utilisation de l'élément roulement (vitesse de rotation et températures). Pour une vision globale, les résultats sont synthétisés dans un tableau et un paragraphe récapitulatif. Ils valident les hypothèses utilisées et permettent de justifier l'enrichissement du modèle (thermique et ajustement de la bague intérieure). Cette analyse explique en outre certains choix de conception effectués par les constructeurs de broches et les roulementiers.

Une approche de validation expérimentale est abordée dans le dernier chapitre. A partir d'une hypothèse de roulement sans glissement, une identification de grandeurs propres au roulement est envisagée grâce à ses fréquences caractéristiques. Ainsi, les expressions des fréquences caractéristiques ont été établies. Elles prennent en compte la présence d'angles de contact intérieurs et extérieurs différents ce qui est nouveau. Une inversion de ces expressions rend possible la détermination des angles de contact à partir de certaines fréquences. Les évolutions des fréquences en fonction de la température et de la vitesse de rotation ont été analysées et comparées avec les ordres de grandeurs obtenus expérimentalement. La poursuite de cette piste d'étude est discutée en fin de ce dernier chapitre.

Perspectives

La validation expérimentale du modèle de roulement est à prévoir, organisée selon trois pistes d'étude. La première, abordée dans le troisième chapitre de ce rapport, consiste à suivre les fréquences caractéristiques des roulements. La deuxième réside dans l'observation de la déflexion axiale de l'arbre grâce à des mesures par des capteurs à courant de FOUCAULT. Cette piste donnera également des informations précieuses concernant les angles de contact et la variation de précharge. Enfin, la dernière piste consiste à évaluer la raideur du roulement en quantifiant la raideur en bout d'arbre par une mesure effort/déplacement. Cette méthode est plus complexe puisqu'elle nécessite la modélisation du comportement couplé de plusieurs roulements et de l'arbre. Elle suppose aussi le développement d'un moyen de mesure tel qu'un excitateur de broche (voir rapport bibliographique). Cet excitateur permettra l'application sans contact d'un effort constant ou quelconque sous la rotation de l'arbre.

Cette étude se poursuivra dans le contexte d'un doctorat centré sur la modélisation du comportement vibratoire d'une broche UGV. Le modèle de roulement établi prendra place au centre d'une modélisation globale du comportement vibratoire de la broche. Le modèle de roulement créé durant se stage sera intégré dans la modélisation par éléments finis : à chaque pas de résolution du problème vibratoire, le programme d'Elements Finis prendra en compte les conditions limites représentatives du roulement, c'est-à-dire, la relation particulière entre les déplacements et les efforts.

Une validation expérimentale sera à effectuer pour le comportement vibratoire de la broche. De plus, certains paramètres auront été estimés et devront être ajustés. Ainsi, le modèle sera recalé par un comparatif entre les résultats expérimentaux et numériques.

Une fois la modélisation définitivement validée, elle pourra être exploitée. Les choix de paramètres de coupe seront optimisés afin de les faire correspondre au moyen d'usinage. Les situations préjudiciables à la broche seront déterminées. Ce projet apportera également des réponses quant à la conception des broches.

1 Précisions sur l'effet gyroscopique

Sous des hypothèses de roulement sans glissement, la vitesse rotation de la cage est fixée. Sous charge quelconque, les angles de contact sont différents pour chaque bille. Le roulement sans glissement de la bille sur les deux bagues implique que chaque bille a une vitesse orbitale différente. Ceci n'est pas possible puisque les billes sont bloquées par la cage. Il y a donc forcément glissement sur un certaines billes.

Une étude poussée de la friction sur chacune des bagues est possible afin de déterminer le glissement. Selon [Harris, 2007], sous les conditions de lubrification air-huile, de rotation hautes vitesses et de charges locales modérées, il est raisonnable de considérer un roulement sans glissement sur la BE et un roulement avec glissement sur la BI (hypothèse appelée *outer raceway control* en anglais)

Sous cette approximation, l'angle entre l'axe de rotation propre des billes et l'axe du roulement β s'exprime par la formule suivante (voir FIG. 2.5 pour la définition de l'angle) :

$$\tan \beta = \frac{\sin \alpha_e}{\cos \alpha_e + D/d_m} \quad (6.1)$$

Sous cette hypothèse, certains rapports entre les vitesses de rotation peuvent être exprimés :

- le rapport entre la vitesse de glissement *d'une bille* et la vitesse de roulement sur la BI γ_i (γ_e étant égal à 0 puisque le glissement est supposé nul sur la BE)

$$\gamma_i = \left(1 - \frac{D}{d_m} \cos \alpha_i\right) \tan(\alpha_i - \beta) + \frac{D}{d_m} \sin \alpha_i \quad (6.2)$$

- le rapport entre la vitesse de rotation d'une bille ω_b et la vitesse de rotation de la BI du roulement ω :

$$\frac{\omega_b}{\omega} = - \left[\left(\frac{\cos \alpha_e + \tan \beta \sin \alpha_e}{1 + D/d_m \cos \alpha_e} + \frac{\cos \alpha_i + \tan \beta \sin \alpha_i}{1 - D/d_m \cos \alpha_i} \right) \frac{D}{d_m} \cos \beta \right]^{-1} \quad (6.3)$$

- le rapport entre la vitesse orbitale de la bille ω_O et la vitesse de rotation de la BI du roulement ω

$$\frac{\omega_O}{\omega} = \frac{1 - D/d_m \cos \alpha_i}{1 + \cos(\alpha_i + \alpha_e)} \quad (6.4)$$

L'expression initiale du couple gyroscopique est la suivante :

$$M_{gj} = J\omega_B\omega_O \sin \beta \quad (6.5)$$

Ayant exprimé les rapports de vitesse, EQN. (6.5) implique, pour chaque bille j :

$$M_{gj} = J\omega^2 \left(\frac{\omega_O}{\omega}\right)_j \left(\frac{\omega_b}{\omega}\right)_j \sin \beta_j \quad (6.6)$$

2 Choix des paramètres

Pour ces travaux de recherche, il a été choisi d'étudier un roulement avec des conditions correspondantes à celle de la broche FISCHER MFW2310. Le roulement étudié est le roulement de précision SBFA VEX70. Les valeurs de précharge et d'ajustement sont celles préconisées par le logiciel SECBA afin d'utiliser les valeurs les plus pertinentes possibles pour les simulations numériques. Lors de la modélisation sous le logiciel, il est demandé de choisir les roulements, le type de montage, etc. Le montage de la broche Fischer MFW 2310 a été retenu pour illustrer les cas de chargement des roulements.

2.1 Caractéristiques du roulement VEX70

Les caractéristiques principales sont données dans le catalogue SNFA et/ou dans le logiciel SECBA :

- $\alpha_0 = 25^\circ$ valeur nominale de l'angle de contact ;
- $\alpha = 25 \pm \frac{3}{2}$ angle de contact initial ;
- $z = 25$ nombre de billes ;
- $D = 9,52 \text{ mm}$ diamètre des billes ;
- $d_m = 90,0 \text{ mm}$ diamètre orbital ;
- $r_i \simeq 0,56.D$ rayon de courbure de la BI ;
- $r_e \simeq 0,54.D$ rayon de courbure de la BE ;
- $E_b = 315 \text{ GPa}$ module d'YOUNG de la bille ;
- $E_r = 210 \text{ GPa}$ module d'YOUNG des bagues ;
- $\nu_b = 0,26$ coefficient de POISSON des billes ;
- $\nu_r = 0,3$ coefficient de POISSON des bagues ;
- $\rho_b = 3190 \text{ kg/m}^3$ masse volumique des billes ;
- $\lambda_{acier} = 11,7.10^{-6} \text{ m/}^\circ\text{/m}$ coefficient de dilatation thermique de l'acier.

2.2 Précharge

Dans le cas de la broche 2310, le guidage n'est pas classique. En effet, les roulements 1 et 2 (palier avant) sont soumis à deux dispositifs de précharges (voir FIG. 3.5 de [Noël, 2010]). Pour choisir des valeurs cohérentes, le palier avant est pris indépendamment avec une précharge forte FIG. 6.1. Le précharge arrière est choisi moyenne (FIG. 6.2) de sorte à ce qu'au final, les roulements 1 et 2 ne soient pas soumis à plus qu'une précharge forte pour un montage tandem/tandem ou TFT : $88 + 122 < 244$.

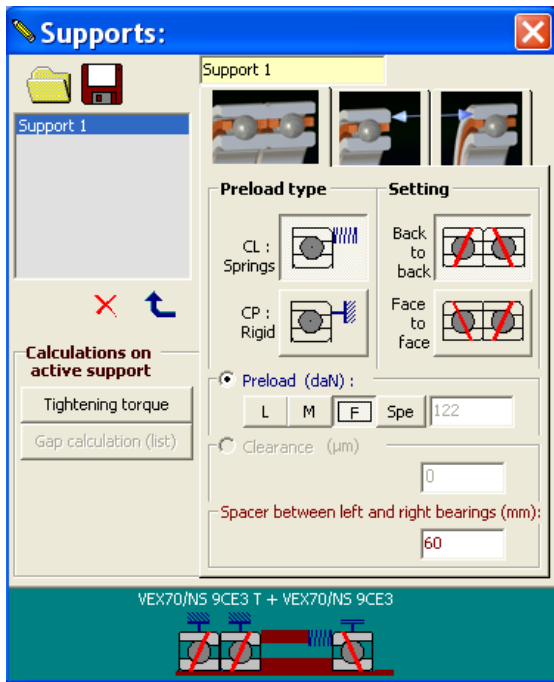


FIG. 6.1 – Choix de la précharge avant.

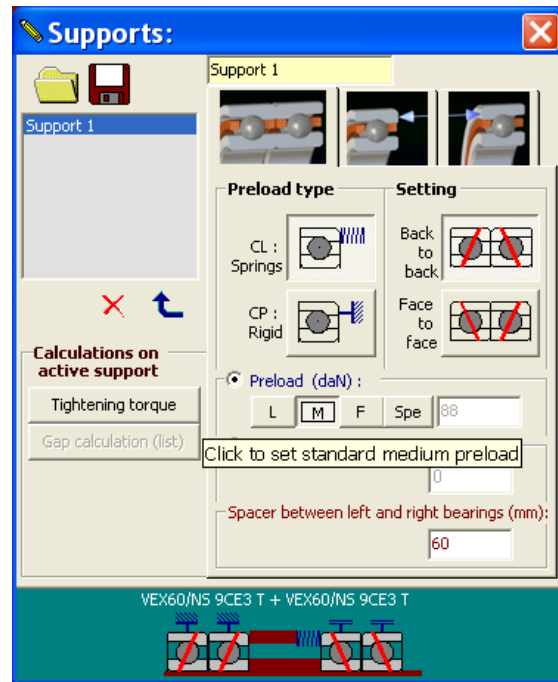


FIG. 6.2 – Choix de la précharge arrière.

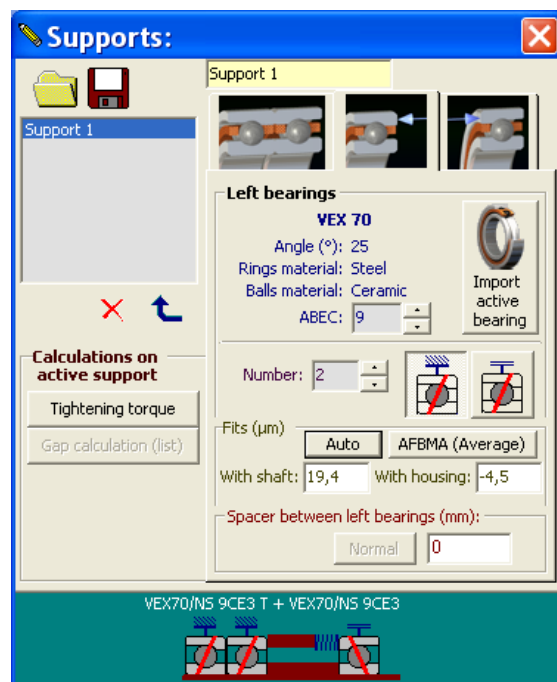
Ainsi, on retient les valeurs des précharges suivantes :

$$Pr_{AV} = 1\,220\,N \quad Pr_{Ar} = 880\,N$$

2.3 Ajustements

Les ajustements entre les bagues et leur support (alésage ou arbre) sont aussi choisis avec précaution. De nombreux paramètres sont à prendre en compte pour, par exemple, choisir le serrage de la bague intérieure : température de l'arbre, matériaux de l'arbre, diamètre intérieure de l'arbre, vitesse de rotation. Tous ces paramètres demandés dans une boîte de dialogue du logiciel peuvent influencer sur la pression de contact entre la BI et l'arbre. Dans le cas présent, l'ajustement retenu pour la bague intérieure du palier avant est :

$$s_{AV} \simeq 20\,\mu m$$



A retenir aussi que la BE est montée avec un léger jeu dans sa cartouche : $j_{AV} \simeq 5\,\mu m$

Bibliographie

- [Abele et Fiedler, 2004] ABELE, E. et FIEDLER, U. (2004). Creating stability lobe diagrams during milling. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 53(1):309 – 312.
- [Aublin *et al.*, 2006] AUBLIN, M., BONCOMPAIN, R., BOULATON, M., CARON, D., JEAY, E., LACAGE, B. et RÉA, J. (2006). *Systèmes mécaniques - Théorie et Dimensionnement*. Science Sup.
- [Cao et Altintas, 2004] CAO, Y. et ALTINTAS, Y. (2004). A general method for the modeling of spindle-bearing systems. *Journal of Mechanical Design*, 126(6):1089–1104.
- [Harris, 2007] HARRIS, T. A. (2007). *Rolling Bearing Analysis - Fifth Edition*. Taylor et Francis.
- [Louf et Poss, 2008] LOUF, F. et POSS, M. (2008). Le calcul de roulements par éléments finis sous catia. *Technologie - Sciences et techniques industrielles*, 158:34–45.
- [Noël, 2010] NOËL, D. (2010). Modélisation du comportement dynamique des broches ugV et validation expérimentale - rapport bibliographique. Mémoire de Master II, Ecole Centrale de Nantes.
- [Palmgren, 1967] PALMGREN, A. (1967). *Les roulements - Description théorie et applications*.